

Einführung in die Messtheorie

Peter Jaenecke

Nach einer einführenden Betrachtung über den Einfluss von Daten im Alltag und einem kurzen historischen Überblick wird eine vierteilige Messtheorie vorgestellt, die sich an der Forderung nach eindeutigen und reproduzierbaren Messergebnissen orientiert. Ihr Aufbau ergibt sich aus den Methoden, die zur Erfüllung dieser Forderung notwendig sind: Als erstes wird auf die *Messwechselwirkungen* eingegangen, sie charakterisieren das Messvorhaben und bestimmen dessen weiteren Verlauf. Es folgt die *Metrisierung*; sie beschäftigt sich mit den zur Gewinnung von numerischen Daten notwendigen Methoden. Reale Messungen unterliegen stets Messfehlern, die Auseinandersetzung mit ihnen erfolgt in der *Fehlertheorie*. Einzelne Messwerte stellen Fakten dar, die ihren Wert erst dann entfalten können, wenn sie einem größeren theoretischen Zusammenhang zugeordnet werden; dies geschieht durch die *Interpretation der Messergebnisse*.

Und in der Tat hat alles, was erkannt wird, Zahl.
Denn es ist unmöglich, irgend etwas zu erfassen oder zu erkennen ohne diese.
PHILOLAOS¹

1 Daten im Alltag

Messtheoretische Überlegungen anstellen, so könnte man zunächst vermuten, sei eine rein akademische Angelegenheit, interessant höchstens für Wissenschaftler, die ein Messvorhaben planen. Der Anschein trügt: Zwar werden Messungen hauptsächlich in wissenschaftlichen Forschungseinrichtungen und technischen Labors durchgeführt, und insofern ist zu erwarten, dass man sich vor allem dort mit messtheoretischen Problemen auseinandersetzt, aber Daten sind inzwischen in unserer verwissenschaftlichten, technisierten Welt allgegenwärtig: Ohne Shareholder Value, Arbeitslosenquote, Inflationsrate, Angaben über das Wirtschaftswachstum und den Prozentzahlen aus Meinungsumfragen — um nur einige der populärsten Daten zu nennen, kommt heute offenbar keine Nachrichtensendung und kein Politbarometer mehr aus; sie bilden die Grundlage von gesellschaftspolitischen und betriebswirtschaftlichen Entscheidungen.

Die Allgegenwart von Daten äußert sich auch indirekt über die aus ihnen abgeleiteten (Wert)urteile und Schlussfolgerungen. Man denke etwa an die zahlreichen Expertengutachten, die sich stets in irgendeiner Weise auf Daten stützen, oder an die ‚Evaluierung‘ genannte Leistungskontrolle von Schulen. Solche aus Daten extrahierten Konsequenzen können gesellschaftspolitisch brisant sein, z.B. wenn eine Änderung der Strafgesetzgebung gefordert wird, weil gewisse neurophysiologische Experimente „gezeigt“ hätten, dass Menschen über keinen freien Willen verfügten. Die Beispiele ließen sich beliebig fortsetzen.

Daten wirken auch im privaten Bereich. Sie können über Lebensschicksale entscheiden, z.B. wenn der „Score“ aus der Schufa-Akte ungünstig ausfällt, wenn durch „Ratings“ die Bonität von Schuldnern falsch bewertet wird oder wenn man bei einem Eignungstest die erforderliche Punktzahl nicht erreicht. Sie steuern in zunehmendem Maße auch unsere Handlungen und engen, von uns unbemerkt, unseren Handlungsspielraum ein. So ist es selbst bei Dingen des täglichen Lebens üblich geworden, auf „Wissenschaftlichkeit“ zu achten, indem wir etwa einer Zahnpasta, von der es heißt, ihre Wirkung sei „klinisch getestet“ worden, mehr Vertrauen schenken als einer ohne solch ein Prädikat, oder indem wir uns für einen bestimmten Typ von Winterreifen entscheiden, weil er bei irgendeinem Test am besten abgeschnitten hat. Daten werden wie Dinge gehandhabt, von denen eine Wirkung ausgeht: Drohen wir mit einem Gegenstand zusammenzustoßen, so versuchen wir ihm auszuweichen; ebenso reagieren wir inzwischen, wenn wir Unversitäten mit einem ungünstigen Rating als Studienort meiden.

Hinter dieser Datenhörigkeit steht offenbar das Bemühen, von einer als zuverlässig empfundenen wissenschaftlichen Grundlage aus stets die „richtigen“ Entscheidungen zu treffen. Wir neigen dazu, den Daten — gleichgültig woher sie stammen — einen Objektivitätsvorschuss einzuräumen, der selten in Zweifel gezogen wird. Das ist gefährlich, denn die Erfahrung zeigt, dass Daten, wenn sie erst einmal bekannt geworden sind, ein Eigenleben gewinnen: Niemand fragt mehr danach, wie sie gewonnen wurden; sie gelten als unbestreitbare Fakten, und zwar häufig auch dann noch, wenn andere Erfahrungen gegen sie sprechen. Gleichwohl werden anhand solch zweifelhafter Daten oft weitreichende Entscheidungen gefällt.

¹ MARCIANO (2007): *Die Vorsokratiker I*, p. 143.

Erweist sich ein uns entgegen fliegender Gegenstand, dem wir ausgewichen sind, als ungefährlich, so hat er uns allenfalls dazu veranlasst, eine überflüssige Bewegung auszuführen. Weniger harmlos dürfte es ausgehen, wenn wir aufgrund eines Datenphantoms eine nicht mehr rückgängigzumachende Entscheidung getroffen haben. Wenn wir also schon zulassen, dass Daten im hohen Maß handlungsbestimmend in unser Leben eingreifen, dann sollten sie wenigstens „richtig“ sein, d.h. sie sollten genau das wiedergeben, was Sache ist. Wie unterscheidet man aber „richtige“ von „falschen“ Daten? Welche Dinge muss man beachten, um sie zu gewinnen? Welche Möglichkeiten gibt es, die Sinnhaftigkeit von bestimmten im Alltag gebrauchten Daten zu hinterfragen? Es ist unter anderem Aufgabe der Messtheorie, auf diese Fragen eine Antwort zu geben.

2 Kurzer historischer Überblick

Ein aufmerksamer Beobachter wird in seiner Umgebung zahlreiche Eigenschaften finden, die bei unterschiedlichen Gegenständen eine unterschiedlich starke Ausprägung haben: Wasser ist mehr oder weniger warm, ein Nahrungsmittel hat mehr oder weniger Kalorien, Schüler sind in einem Fach mehr oder weniger gut. Messen ist ein Vorgang, bei dem festgestellt wird, wie warm ein bestimmter Wasservorrat ist, wie viele Kalorien ein bestimmtes Nahrungsmittel hat oder welche Note ein bestimmter Schüler in seinem Fach verdient. Gemessen werden also stets Einzelfälle. Um die Messergebnisse dieser Einzelfälle miteinander vergleichen zu können, müssen gewisse Messprinzipien eingehalten werden. Auf den ersten Blick sollte ihr Auffinden kein großes Problem darstellen. Aber es gilt dabei ganz unterschiedliche Aspekte zu beachten; wie die folgende Übersicht zeigt, hat man sich in diesem Punkt besonders schwer getan.

2.1 Messtheoretische Tradition

Klassische Anfänge

Messungen mit wissenschaftlichem Anspruch gibt es seit GALILEI,² also seit mehr als 300 Jahren, obwohl auch er Vorläufer hatte, die über LEONARDO DA VINCI, ROGER BACON und ARCHIMEDES bis in die Antike zurückreichen. Diese frühen Anfänge bezogen sich vor allem auf die klassi-

² GALILEI (1638/1973): *Unterredungen und mathematische Demonstrationen*.

schen physikalischen Messgrößen Länge, Masse und Zeit. Sie erwiesen sich als unproblematische Messgrößen und ihre Messverfahren galten lange Zeit als Muster für Messvorhaben schlechthin.

So hat es nicht an Versuchen gefehlt, auch bei nichtphysikalischen Größen Anschluss an das physikalische Experiment zu finden. Die Psychophysik, von WEBER und FECHNER³ Mitte des 19. Jahrhunderts begründet und später von VON HELMHOLTZ und seinen Schülern⁴ fortgesetzt, stellt solch ein Versuch dar. Hierbei ging es darum, bestimmte wahrnehmungspsychologische Eigenschaften auf physikalische Messgrößen zurückzuführen und sie dadurch messbar zu machen. Da von den physikalischen Größen die Messverfahren bereits bekannt waren, entstand durch die Psychophysik keine Notwendigkeit, die Messmethodik zu verändern.

Diese erfolgreichen Experimente mögen der Anlass gewesen sein, auch solche psychologischen Eigenschaften einer Messung zugänglich zu machen, die zwar nicht auf eine physikalische Messgröße, aber doch auf physikalische Messmethoden zurückgeführt werden können.⁵ Hier ergaben sich die ersten Probleme, mussten doch nun eigenständige Messverfahren entwickelt werden, in einer Disziplin ohne Experimentiererfahrung und – anders als in der Physik – ohne eine solide theoretische Basis. In der Psychologie, nicht in der Physik, wurde der Ruf nach einer Messtheorie laut. Unter dem Stichwort 'Messtheorie' wird man daher sowohl in der gedruckten Literatur als auch im Internet zu einem überwiegenden Teil an der Psychologie orientierte Arbeiten finden; physikalische dagegen kommen praktisch nicht vor.

Es war natürlich naheliegend, bei der Physik Anleihen zu machen, da sie über die meiste experimentelle Erfahrung verfügt. Hier hatte man sich aber inzwischen über VON HELMHOLTZ und HÖLDER,⁶ ganz im klassischen Stil, Gedanken über den Messvorgang gemacht und versucht, die physikalischen Größen in einer natürlichen Weise mit den mathematischen Größen in Verbindung zu bringen, mit dem Ziel, dass physikalische Größen und mathematische, gemeint waren die

³ WEBER (1846/1851): *Die Lehre vom Tastsinne und Gemeingefühle auf Versuche gegründet*; FECHNER (1860): *Elemente der Psychophysik*; FECHNER (1882): *Revision der Hauptpunkte der Psychophysik*.

⁴ Z.B. BANT (1871): *Ueber die Zeit, welche nöthig ist, damit ein Gesichtseindruck zum Bewusstsein kommt*; EXNER (1875): *Experimentelle Untersuchungen der einfachsten psychischen Prozesse*.

⁵ Untersucht z.B. von REESE (1943): *The application of the theory of physical measurement to the measurement of psychological magnitudes*.

⁶ HELMHOLTZ (1887/1921): *Zählen und Messen, erkenntnistheoretisch betrachtet*; HÖLDER (1901): *Die Axiome der Quantität und die Lehre vom Mass*.

reellen Zahlen, dem gleichen Axiomensystem gehorchen, denn nur dann glaubte man, dass es berechtigt sei, die Mathematik auf die Physik anzuwenden. Es gab auch umgekehrt immer wieder Versuche, die mathematischen Axiome auf "natürliche" Weise mit den Eigenschaften zu rechtfertigen, die man an den physikalischen Größen festgestellt hatte; dabei wurde übersehen, dass ein formales System keiner empirischen Rechtfertigung bedarf.

Von physikalischer Seite wird diese Entwicklung etwa 1928 durch CAMPBELL abgeschlossen.⁷ In der Folgezeit wird das Interesse der Physiker durch die aufkommende Quantenmechanik gefangen genommen. Zwar gab es im Zusammenhang mit der Interpretation der Quantenmechanik auch weiterhin messtheoretische Untersuchungen, doch trat nun eine Problemverschiebung auf: War zunächst das Verhältnis von mathematischen und physikalischen Größen von Interesse gewesen, so rückte nun der Messprozess und sein Einfluss auf den Messvorgang in den Vordergrund.

Skalentheorie

Diese Problemverschiebung wurde außerhalb der Physik nicht mit vollzogen. Hier fanden die Psychologen und Soziologen auf der Suche nach einer Messtheorie vor allem die Arbeit von CAMPBELL vor, die, bereits für die Physik veraltet, auch für andere Wissenschaften kaum Hilfe bedeuten konnte, insbesondere wegen ihrer konservativen Haltung bezüglich der Frage der Messbarkeit. STEVENS leitete daher mit seiner einflussreichen Arbeit über Skalentypen eine berechtigte Liberalisierung ein.⁸

Zur Erläuterung betrachten wir die Verhältnisskala:⁹ sie ist die bekannteste Skala, die unter anderem bei der Längenmessung vorkommt. Angenommen, die Länge zweier Gegenstände A und B sei sowohl mit einem Hannoveraner Zollstock als auch mit einem Metermaß gemessen worden und es habe sich

$$L_{\text{Zoll}}(A) = 1 \text{ Zoll} \quad L_{\text{Zoll}}(B) = 3 \text{ Zoll} \quad \text{bzw.} \quad L_{\text{cm}}(A) = 2,434 \text{ cm} \quad L_{\text{cm}}(B) = 7,302 \text{ cm}$$

⁷ CAMPBELL (1928): *An account of the principles of measurement and calculation.*

⁸ STEVENS (1946): *On the theory of scales of measurement.*

⁹ auch Proportionalskala, Rationalskala, Ratioskala; engl. meist ratio scale.

ergeben. Erwartungsgemäß unterscheiden sich die Messwerte, wenn mit unterschiedlichen Maßstäben gemessen wurde, aber unabhängig vom Maßstab wird man immer finden, dass Gegenstand B dreimal so lang ist wie Gegenstand A , denn das Verhältnis der Messwerte bleibt stets gleich:

$$\frac{L_{\text{Zoll}}(B)}{L_{\text{Zoll}}(A)} = \frac{L_{\text{cm}}(B)}{L_{\text{cm}}(A)} = 3 \quad .$$

Bestimmt man z.B. vom Gegenstand A die Länge in Zoll und cm, so erhält man mit

$$L_{\text{cm}}(B) = \underbrace{\frac{L_{\text{cm}}(A)}{L_{\text{Zoll}}(A)}}_{=2,434} L_{\text{Zoll}}(B), \quad \text{bzw.} \quad L_{\text{Zoll}}(B) = \underbrace{\frac{L_{\text{Zoll}}(A)}{L_{\text{cm}}(A)}}_{=2,434^{-1}} L_{\text{cm}}(B)$$

Umrechnungformeln von der einen Einheit („Skala“) in die andere. Allgemein gilt

$$x' = ax, \quad a > 0,$$

d.h. eine Länge ist nur bis auf einen konstanten Faktor bestimmt. Für die Temperatur gemessen mit der Celsius- oder Fahrenheitskala gilt dagegen

$$T' = aT + b, \quad a > 0.$$

Es handelt sich hierbei um Differenzskalen,¹⁰ denn da sich durch die Differenzbildung die Konstante b heraushebt, führt die Temperaturdifferenz $\Delta T = a(T_2 - T_1)$ auf eine Verhältnisskala.

Der Skalentyp entscheidet darüber, welche Aussagen über die Messwerte zulässig sind. Hat man z.B. bei dem einen Gegenstand eine Länge von 1 cm, bei dem anderen eine Länge von 2 cm bestimmt, so darf man sagen, dass dieser doppelt so lang ist als jener. Lag jedoch in einer Nacht die Temperatur bei 1°C und in einer anderen bei 2°C, so ist es unzulässig zu behaupten, in der einen Nacht sei es doppelt so warm wie in der anderen gewesen. Nimmt man jedoch noch die Tagestemperatur hinzu und bildet die Differenz zwischen Tages- und Nachttemperatur, so dürfen über solche Differenzen wieder Vielfachausagen gemacht werden.

¹⁰ auch Intervallskala; engl. interval scale.

Die Skalentheorie wurde in der Folgezeit vor allem durch TORGERSON weiter ausgebaut.¹¹ Sie befasst sich zwar mit einem wichtigen messtheoretischen Aspekt, aber eben nur mit einem einzigen unter zahlreichen anderen. Dadurch bleibt ungeklärt, wie die Skalen in den messtheoretischen Gesamtzusammenhang einzuordnen sind, außerdem bleibt offen, wie man den Skalentyp ermittelt und warum z.B. die Länge zu einer Verhältnisskala und die Temperatur bei bestimmten Messverfahren zu einer Differenzskala führt. STEVENS beschrieb vier Skalentypen; sie bilden, ergänzt etwa noch durch die Log-Differenzskala, einen festen Bestandteil in allen Methodenlehren der Psychologie, die oft den Eindruck vermitteln, eine bestimmte Größe messen bestünde im Erraten ihres Skalentyps und der nachfolgenden statistischen Auswertung der Messergebnisse. Durch diese Verengung entfernte man sich immer weiter von der realen Messpraxis und bewirkte schließlich in den Humanwissenschaften eine Abkehr von quantitativen und eine verstärkte Hinwendung zu qualitativen Methoden.

Repräsentationstheorie

Angeregt durch die Skalentheorie und der von HELMHOLTZ und HÖLDER ins Leben gerufenen Idee, physikalische und mathematische Größen müssten auf dem gleichen Axiomensystem aufbauen, nahm eine weitere unheilvolle Entwicklung ihren Lauf. In der Physik wurde diese Idee, wie schon erwähnt, vielleicht durch das Erscheinen der Quantenmechanik nicht weiter verfolgt. Für Mathematiker und Logiker blieb sie jedoch immer eine Versuchung, und sie brach in voller Stärke hervor, als es darum ging, den Humanwissenschaftlern mit einer Messtheorie beizustehen. In ihrer Not schenken letztere gerade jenen Gehör, die als Mathematiker und Logiker von ihrer Schulung am Formalen her am wenigsten dazu berufen sind, etwas über Messung auszusagen. Es ist daher nicht verwunderlich, dass unter ihren Händen aus der Messtheorie eine neue mathematische Disziplin wurde.

Von der Physik wurde diese vor allem von SUPPES, KRANTZ, LUCE und anderen ausgebaute Theorie ignoriert; außerhalb der Physik ist sie jedoch – vor allem im englischen Sprachraum – weit verbreitet und unter dem Namen 'Measurement Theory' durch eine nahezu unübersehbare Menge von Veröffentlichungen vertreten. Sie erschien zunächst in zahlreichen Einzelbeiträgen

und wurde danach in einem dreibändigen Werk zusammengefasst.¹² Damit scheint sie einen gewissen Abschluss gefunden zu haben; überhaupt ging das Interesse an messtheoretischen Grundsatzfragen nach dieser Ausgabe deutlich zurück.

Die Repräsentationstheorie beruht auf dem Grundsatz, eine Messung sei ein Homomorphismus zwischen einer empirischen und einer numerischen Struktur. Eine (mathematische) Struktur ist gegeben durch das Tripel

$\langle \text{Objektmenge, Menge von Relationen, Menge von Operatoren} \rangle$.

Die Relationen und Operationen können von unterschiedlicher Stelligkeit sein; letztere gibt an, wie viele Objekte in eine Relation bzw. Operation eingehen. Um die repräsentationstheoretische Vorgehensweise zu veranschaulichen, betrachten wir als Beispiel ein Axiomensystem zur Verhältnisskala:

Gegeben sei eine Struktur $S = \langle \mathbb{A}, \succeq, \oplus \rangle$, dabei sei \mathbb{A} eine nichtleere Objektmenge, \succeq eine zweistellige Relation und \oplus eine zweistellige Operation über \mathbb{A} . Die Operation \oplus sei abgeschlossen, d.h. sie führe stets wiederum zu einem Element aus \mathbb{A} . Die Struktur S soll für alle $a, b, c, d \in \mathbb{A}$ folgenden Axiome erfüllen:

- A₁ Schwache Ordnung:
 A₁₁: Transitivität: wenn $a \succeq b$ und $b \succeq c$, dann $c \succeq b$
 A₁₂: Konnektivität: $a \succeq b \vee b \succeq a$
- A₂ Schwache Assoziativität: $a \oplus (b \oplus c) \approx (a \oplus b) \oplus c$
- A₃ Monotonie $a \succeq b$ gdw $a \oplus c \succeq b \oplus c \wedge c \oplus a \succeq c \oplus b$
- A₄ Archimedes Axiom: Wenn $a \succ b$, dann existiert für ein beliebiges $c, d \in \mathbb{A}$ eine positive ganze Zahl n so, dass $n * a \oplus c \succeq n * b \oplus d$.
- A₅ Positivität: $a \oplus b \succ a$.

¹¹ TORGERSON (1958): *Theory and methods of scaling*.

¹² *Foundations of Measurement*: KRANTZ et al. (1971): *Vol. 1 Additive and polynomial representations*; SUPPES et al. (1989): *Vol. 2 Geometrical, threshold, and probabilistic representations*; LUCE et al. (1990): *Vol. 3 Representation, axiomatization, and invariance*; siehe auch PFANZAGL (1968): *Theorie of Measurement*.

So exakt dieses von KRANTZ et al.¹³ angegebene Axiomensystem auf den ersten Blick auch aussieht: es enthält doch erhebliche methodische Mängel. In der Struktur kommt nämlich nur die Relation \succeq vor; im Axiomensystem treten dagegen mit \approx und \succ noch zwei weitere Relationen auf. Nun kann man sie zwar über die Definitionen

$$\begin{aligned} a \approx b & \text{ gdw } a \succeq b \wedge b \succeq a \\ a \succ b & \text{ gdw } a \succeq b \wedge \neg(b \succeq a) \end{aligned} \quad (14)$$

auf die Relation \succeq zurückführen, doch dazu benötigt man stillschweigend vorausgesetzte logische Operationen. Auch in den Axiomen A_{11} und A_3 treten logische Operationen auf, außerdem sind sie in den Wenn-Formulierungen enthalten. Bei KRANTZ et al. wird ihr Vorhandensein durch umgangssprachliche Formulierungen verschleiert.

Ein besonders schwerwiegender Verstoß gegen die Axiomatisierungsvorschriften findet sich in Axiom A_4 . Hier erscheint zunächst eine mit $*$ gekennzeichnete neue Operation, die ebenfalls nicht mit den im Axiomensystem zur Verfügung stehenden Mitteln erklärt werden kann. Man führt sie über die rekursive Definition

$$(1) \quad 1 * a = a, \quad (n \oplus 1) * a = n * a \oplus a$$

ein, wobei n eine positive ganze Zahl ist. Hier treten also mit den positiven ganzen Zahlen unvermittelt neue Objekte im Axiomensystem auf. Außerdem zwingt die Operation $*$ dazu, die Elemente von \mathbb{A} als Zahlen zu interpretieren, denn nur Zahlen kann man miteinander multiplizieren. Wäre in der Definition (1) a keine Zahl, bliebe unklar, was $n * a$ bedeuten soll. Darüber hinaus kommt in dieser Definition mit $=$ eine neue Relation vor. Gemeint ist damit die Gleichheitsrelation zwischen Zahlen, demnach folgt also auch aus $1 * a = a$, dass a eine Zahl sein muss. Das Axiomensystem enthält also eine stillschweigende und somit unzulässige Aussage über die Elemente von \mathbb{A} . Außerdem geht aufgrund der Relation $=$ die Bedeutung der in Axiom A_2 verwendeten Relation \approx verloren.

Die sprachlichen Defizite des Axiomensystems lassen sich durch eine saubere, die logischen Operatoren mit einbeziehende Darstellung formal beheben; solange man also im Formalen bleibt,

ergeben sich aus den methodischen Mängeln keine größeren Schwierigkeiten und es gilt das folgende Repräsentationstheorem:

Sei $\langle \mathbb{A}, \succeq, \oplus \rangle$ eine Struktur, die dem obigen Axiomensystem genügt. Dann repräsentiert sie eine abgeschlossene Struktur für eine Verhältnisskala genau dann, wenn eine reelle Funktion ϕ über \mathbb{A} , bzw. eine Abbildung $\phi: \mathbb{A} \rightarrow \mathbb{R}$ so existiert, dass für alle $a, b \in \mathbb{A}$ gilt:

$$(2) \quad a \succeq b \text{ gdw } \phi(a) \geq \phi(b),$$

$$(3) \quad \phi(a \oplus b) = \phi(a) + \phi(b).$$

Dabei bezeichnet $+$ die Addition und \geq die Größer-Gleich-Relation über die reellen Zahlen \mathbb{R} ; sie bilden zusammen die mathematische Struktur $S_{mat} = \langle \mathbb{R}, \geq, + \rangle$; ϕ stellt eine homomorphe Abbildung dar. Sie ist nur definiert bis auf einen konstanten positiven Faktor; das besagt das folgende Eindeutigkeitstheorem:

Eine andere Funktion ϕ' genügt den über die Beziehungen (2) und (3) beschriebenen Eigenschaften genau dann, wenn es ein $\alpha > 0$ gibt, so dass $\phi' = \alpha\phi$ gilt.¹⁵

Welcher Zusammenhang besteht nun zwischen einem realen Messvorhaben und dem obigen Axiomensystem samt dem aus ihm folgenden Theorem? Die Struktur S_{mat} ist bekannt; um die Beziehungen (2) und (3) verstehen zu können, muss man zunächst die Struktur $S = \langle \mathbb{A}, \succeq, \oplus \rangle$ auf den jeweiligen Anwendungsfall beziehen; man erhält auf diese Weise eine empirische Struktur.

In der Literatur gilt \mathbb{A} als eine Menge von realen Gegenständen, die eine verschieden stark ausgeprägte gemeinsame Eigenschaft besitzen, z.B. eine Menge von Brettern unterschiedlicher Länge; die Relation \succeq wird als ‚länger oder gleichlang‘ interpretiert und die Operation \oplus soll das Zusammenfügen von Brettern bezeichnen.¹⁶ Diese Interpretation steht jedoch im Wider-

¹³ Siehe KRANTZ et al. (1971): *Foundations of Measurement*, Vol. 1, p. 73.

¹⁴ ‚gdw‘ ist eine Abkürzung für ‚genau dann wenn‘, syn.: ‚dann und nur dann‘; engl.: ‚if and only if, abgekürzt als ‚iff‘.

¹⁵ KRANTZ et al. (1971): *Foundations of Measurement*, Vol. 1, p. 74.

¹⁶ ORTH (1974): *Einführung in die Theorie des Messens*, p. 21.

spruch zu Axiom 4, welches stillschweigend voraussetzt, dass \mathbb{A} eine Zahlenmenge sein muss. Die Fehlinterpretation von \mathbb{A} ist gewissermaßen der Schleichweg, über den sich die Repräsentationstheoretiker aus dem empirischen Bereich heraus in ihre vertraute formale Welt stellen, ohne das für einen Experimentator so wichtige Problem gelöst zu haben, wie der Übergang von den realen Gegenständen zur Zahlenwelt erreicht werden kann.

Gemessen werden nicht die Bretter, sondern nur ihre Längen; sie liegen in empirischer Form vor, oder, wie man in der Technik auch sagt: es handelt sich um durch Bretter verkörperte analoge Längen. Analoge Größen sind es also, deren Intensität durch eine Messung bestimmt wird, folglich muss \mathbb{A} als eine Menge von solchen zu einer Eigenschaft gehörenden analogen Größen interpretiert werden, z.B. als Menge aller analogen Längen.

Fasst man nun $L(x) \in \mathbb{A}$ als (analoge) Länge von Gegenstand x auf und $\phi(x) \in \mathbb{R}$ als einen Messwert, der bei einer Längenbestimmung von Gegenstand x erhalten wurde, dann ergibt auch das Repräsentationsproblem einen Sinn: Es existiert unter den angegebenen Voraussetzungen eine homomorphe Abbildung $\phi: \mathbb{A} \rightarrow \mathbb{R}$ so, dass für alle $L(a), L(b) \in \mathbb{A}$

$$L(a) \succeq L(b) \text{ gdw } \phi[L(a)] \geq \phi[L(b)]$$

$$\phi[L(a) \oplus L(b)] = \phi[L(a)] + \phi[L(b)]$$

gilt. Dass analoge Größen stets an reale Gegenstände gebunden sind, ist aus messtheoretischer Sicht nebensächlich. Man kann daher von dem Bezug auf reale Gegenstände absehen und für ϕ vereinfachend fordern: für alle $L_1, L_2 \in \mathbb{A}$ muss

$$(4) \quad L_1 \succeq L_2 \text{ gdw } \phi(L_1) \geq \phi(L_2)$$

$$(5) \quad \phi(L_1 \oplus L_2) = \phi(L_1) + \phi(L_2)$$

gelten. Beziehung (4) besagt: Ist ein Längenmesswert größer oder gleich einem anderen, dann überträgt sich dieses Verhältnis auch auf die zugehörigen analogen Längen und umgekehrt. Entsprechend folgt aus Gleichung (5), dass die Addition von Messwerten (dargestellt als Zahlen) der analogen Addition von Längen gleichwertig ist, d.h. legt man z.B. zwei Bretter korrekt aneinander, so entsteht (aufgrund naturgesetzlicher Zusammenhänge) ein neues Brett mit einer Gesamtlänge, die gleich der Summe der beiden Einzellängen ist, und zwar unabhängig davon, auf

welche Längeneinheit sich die Messwerte beziehen. Das gilt natürlich nur, wenn keine Messfehler auftreten.

Einwände gegen die Repräsentationstheorie

Das obige Axiomensystem bezieht sich auf die Verhältnisskala; für andere Skalen werden andere Axiomensysteme benötigt, aus denen dann wiederum andere Repräsentations- und Eindeigkeitstheoreme herzuleiten sind. Die unter dem Namen ‚Measurement Theory‘ veröffentlichten Arbeiten beschäftigen sich daher ausnahmslos mit dem Aufstellen solcher Systeme, mit dem Beweis, dass sie vollständig sind und mit dem Herleiten diverser Theoreme. Diese einseitige Sichtweise wurde mehrfach kritisiert und rief verschiedene Gegenreaktionen hervor.

So nahm BERKA gegen die Repräsentationstheorie Stellung;¹⁷ da er jedoch versuchte, ihre Grundbegriffe auf rein begrifflicher Basis zu klären, kommt er nicht wirklich über sie hinaus: Zum einen, weil er mit ihren Begriffen auch ihr Gedankengut übernimmt, zum anderen, weil Messen eine praktische Tätigkeit ist, die nicht dadurch erfasst werden kann, indem man ihre Begriffe einer Begriffsanalyse unterzieht.¹⁸

Praktiker kritisierten, dass die rein mathematische Ausrichtung keinen wirklichen Bezug mehr zur Messpraxis habe. Die Repräsentationstheoretiker sind dagegen der Auffassung, dass man nur dann sagen könne, eine Eigenschaft sei messbar, wenn das entsprechende Repräsentationstheorem vorliege. Den Bezug zur Praxis herstellen, sei nicht ihre Aufgabe; das müssten die Praktiker selbst tun: sie müssten mit ihren empirischen Methoden nachweisen, dass bei ihren Messvorhaben, die zugehörigen Axiome erfüllt sind.¹⁹

Dieses Argument zeugt in mehrfacher Hinsicht von Praxisferne. Zum einen ist es gar nicht möglich, die Gültigkeit der Axiome empirisch nachzuweisen, sei es aus praktischen Gründen, weil man z.B. gar nicht über die Menge aller analogen Längen verfügt oder sei es aus prinzipiellen Gründen, weil dies bei Axiomen, wie etwa beim ARCHIMEDES Axiom (A₄), grundsätzlich nicht möglich ist. Letzteres wurde auch von den Theoretikern erkannt; sie haben sich deshalb um

¹⁷ BERKA (1983): *Measurement. Its Concepts, Theory and Problems.*

¹⁸ Siehe hierzu: JAENECKE (1984): *Rezension.*

¹⁹ ORTH (1974): *Einführung in die Theorie des Messens.* p. 21.

Axiomensysteme bemüht, die ohne solch problematischen Axiome auskommen. Doch damit konnte nur notdürftig ein Loch gestopft werden; das praktische Nachweisproblem bleibt weiterhin bestehen.

Gegen den Repräsentationsansatz spricht aber vor allem, dass er notwendig in einem methodischen Zirkel mündet. Dieser wird oft nicht erkannt, weil man sich zu sehr an ganz einfachen physikalischen Messvorhaben orientiert. So kann man bis zu einem gewissen Grad sehen, ob ein Brett länger ist als ein anderes. Aber wie stellt man solche Verhältnisse fest, wenn die betreffende Eigenschaft für die menschliche Sinneswahrnehmung unzugänglich ist? Wie stellt man z.B. fest, ob ein elektrischer Strom eine größere Stromstärke hat als ein anderer? Dies ist offenbar nur über eine Messung möglich: Man benötigt also zur Überprüfung der Axiome ein Messverfahren; fällt deren Überprüfung positiv aus, dann sagt uns ein repräsentationstheoretischer Beweis, dass eine homomorphe Abbildung und somit ein Messverfahren existiert. Diese Vorgehensweise ist offenbar zirkulär.

Wie später unter ‚fundamentale Metrisierung‘ gezeigt wird, geht man daher in der messtheoretischen Praxis nicht den Weg über ein Axiomensystem; man setzt vielmehr bei den Beziehungen (4) und (5) an und legt sie bei der Herstellung eines geeigneten Messwerkzeugs zugrunde. Maßgebend ist die empirische Gleichheitsrelation \approx ; Gleichung (5) besagt dann für $L_1 \approx L_2$:

$$\phi(L_1 \oplus L_2) = \phi(L_1 \oplus L_1) = \phi(L_1) + \phi(L_1) = 2\phi(L_1).$$

Man wird also sinnvoller Weise einen Längenstandard auswählen und von ihm Duplikate herstellen. Aus ihnen können dann Gegenstände konstruiert werden, deren Länge ein ganzzahliges Vielfache der ursprünglichen Standardlänge beträgt.

Die Äquidistanz ist die einzige Relation, die dabei benötigt wird; die Größer- bzw. Kleinerrelation ergibt sich dann automatisch über die Messwerte gemäß der Beziehung (4); für das zugehörige Axiomensystem interessiert man sich als Praktiker nicht. Die Beschränkung auf die Äquidistanz hat noch den praktischen Vorteil, dass man nur Duplikate von einer einzigen analogen Länge herstellen muss, während die Überprüfung eines Axiomensystems streng genommen mit allen möglichen analogen Längen – also im allgemeinen mit unendlich vielen – durchgeführt werden muss.

Richtig am Repräsentationsansatz ist das erstmals von LEIBNIZ erkannte Prinzip der Strukturäquivalenz zwischen der Zeichen- und Dingwelt. Was bei diesem Ansatz für die Messtheorie bedeutsam ist, fällt unter die Metrisierung. Alle sonst noch mit diesem Ansatz erhobenen Ansprüche, z.B. den, eine korrekte Definition von Messbarkeit zu liefern, lassen sich nicht aufrechterhalten. Trotz starker Präsenz in der Literatur erübrigt sich damit die Repräsentationstheorie als eigenständiger messtheoretischer Beitrag, so dass sie in der hier vorgestellten Messtheorie unberücksichtigt bleibt.

Einzelwissenschaftliche Ansätze und qualitative Forschung

Die formale und damit wenig praxisorientierte Ausrichtung der Repräsentationstheorie – in der Psychologie vertreten z.B. von ORTH²⁰ – hat als Gegenreaktion das Pendel wieder mehr in Richtung Anwendung ausschlagen lassen.²¹ Im Zuge dieser Entwicklung verlagerten sich die messtheoretischen Diskussionen in die Einzelwissenschaften hinein. So entstand in den Humanwissenschaften in den letzten Jahren eine unüberschaubare Menge von Beiträgen mit messtheoretischem Anspruch.²² Sie beziehen sich jedoch auf immer speziellere Messvorhaben und bieten keine grundsätzlich neuen messtheoretischen Einsichten. Überhaupt drängt sich der Eindruck auf, dass man in Ermangelung einer einheitlichen Messtheorie versucht, für jedes Messvorhaben einen eigenen isolierten messtheoretischen Minimalansatz zu finden. Die Abkehr von einer soliden theoretischen Grundlage hat in der Soziologie gelegentlich zu postmodernen pseudowissenschaftlichen Vorstellungen über das Messen geführt. Sie finden sich vor allem in der sogenannten qualitativen Forschung, die als Gegenposition gegen die mathematiklastige, in missverständlicher Weise oft pauschal unter ‚quantitative Forschung‘ subsumierte Repräsentationstheorie angesehen wird.²³

²⁰ ORTH (1974): *Einführung in die Theorie des Messens*.

²¹ Z.B. MICHELL (1994): *Numbers as quantitative relations*; MICHELL (1997): *Quantitative science and the definition of measurement in psychology*; MICHELL (2005): *The logic of measurement: A realistic overview*.

²² Siehe etwa die dreibändige mehr als 300 Artikel umfassende von KIMBERLY (2003ff) herausgegebene *Encyclopedia of Social Measurement*; ferner etwa die Artikel in den Zeitschriften *Measurement*, *Journal of Applied Measurement* oder *Rasch Measurement Transactions & SIG Activity*.

²³ Beispiel für solch eine pseudowissenschaftliche Vorgehensweise ist das „Offene Kodieren“; s. JAENECKE (2013): *Offenes Kodieren in der Qualitativen Forschung*.

Nach FLICK verfolgt die qualitative Forschung andere Leitgedanken als die quantitative; sie setze nämlich bei deren vermeintlichen Grenzen an.²⁴ Ihre wesentlichen Kennzeichen seien „die Gegenstandsangemessenheit von Methoden und Theorien, die Berücksichtigung und Analyse unterschiedlicher Perspektiven sowie der Reflexion des Forschers über die Forschung als Teil der Erkenntnis.“²⁵ Doch diese Kennzeichen gelten für alle wissenschaftlichen Verfahrensweisen. Dass die quantitativen Methoden in den Humanwissenschaften in der Vergangenheit oft blind angewendet wurden, also z.B. ohne ihre Angemessenheit zu prüfen, ist schlechter wissenschaftlicher Arbeitsstil und hat mit diesen Methoden selbst nichts zu tun; jedenfalls schreiben sie nicht vor, dass man sie blind anwenden müsse. Ob die qualitativen Methoden sich tatsächlich von den quantitativen unterscheiden, und wenn ja, in welcher Hinsicht, sind noch offene Fragen.

2.2 Wissenschaftstheoretische Tradition

Messtheoretische Probleme finden wir in der Literatur wenigstens an drei verschiedenen Stellen behandelt: verstreut in den experimentellen Wissenschaften, in der psychologischen Methodenlehre und in einschlägigen messtheoretischen Arbeiten. Da sich die Messtheorie auf wissenschaftstheoretische Themen bezieht, sollte man, dass als vierte Quelle noch die Wissenschaftstheorie erwarten. Doch die Ausbeute ist mager:

In den wissenschaftstheoretischen Schriften von HEMPEL²⁶, WEINGARTNER²⁷, FREY²⁸, THEOBALD²⁹, POSER³⁰, SCHÜLEIN & REITZE³¹, DETEL³², BARTELS & STÖCKLER³³ und SCHURZ³⁴ fehlen sie

²⁴ Z.B. FLICK (2000): *Qualitative Forschung. Theorie, Methoden, Anwendungen in Psychologie und Sozialwissenschaften*, p. 10 – 12; siehe auch: FLICK et al. (2000): *Qualitative Forschung. Ein Handbuch*.

²⁵ FLICK (2000): *Qualitative Forschung. Theorie, Methoden, Anwendungen in Psychologie und Sozialwissenschaften*, p. 13.

²⁶ HEMPEL (1965): *Aspects of Scientific Explanation*; HEMPEL (1966/1974): *Philosophy of Natural Science*.

²⁷ WEINGARTNER (1971): *Wissenschaftstheorie I*.

²⁸ FREY (1965): *Erkenntnis der Wirklichkeit*; FREY (1970): *Philosophie und Wissenschaft. Eine Methodenlehre*.

²⁹ THEOBALD (1973): *Grundzüge der Wissenschaftsphilosophie*.

³⁰ POSER (2001): *Wissenschaftstheorie*.

³¹ SCHÜLEIN & REITZE (2005): *Wissenschaftstheorie für Einsteiger*.

³² DETEL (2007): *Erkenntnis- und Wissenschaftstheorie*.

³³ BARTELS & STÖCKLER (2007): *Wissenschaftstheorie*.

³⁴ SCHURZ (2014): *Einführung in die Wissenschaftstheorie*.

ganz. TOULMIN begnügt sich mit einigen rhapsodischen Bemerkungen zum absoluten Nullpunkt der Temperatur.³⁵ Für MITTELSTRASS³⁶ gehört Messen nicht zum praktischen Fundament der Wissenschaft. JANICH³⁷ engt, seinem Vorbild DINGLER³⁸ folgend, die messtheoretische Problematik auf Vorschriften zur Herstellung von Standards ein. Die Modelltheorie der Messung von FERTIG³⁹ ist eine Vermischung von Repräsentationstheorie und konstruktivistischem Gedankengut Erlanger Prägung. POPPER kommt in seiner Logik der Forschung⁴⁰ ebenso ohne Messtheorie aus wie LORENZEN & SCHWEMMER in ihrer Theorie des technischen Wissens.⁴¹ BALZER versuchte, den strukturalistischen wissenschaftstheoretischen Ansatz zu vervollständigen, indem er die Messungen und das Verhältnis zwischen Theorie und Messung in diesen Ansatz einbezog.⁴² Herausgekommen ist dabei eine Vermengung der repräsentationstheoretischem mit analytisch-philosophischem Gedankengut. In den meisten auf die Messproblematik eingehenden wissenschaftstheoretischen Arbeiten wird Messung mit Metrisierung verwechselt.⁴³ Sie referieren daher in mehr oder weniger vereinfachter Form repräsentationstheoretische Ansätze; ein eigener messtheoretischer Beitrag ist offenbar nicht geleistet worden. Dass es eine Fehlerproblematik gibt, wird nur gelegentlich am Rande erwähnt,⁴⁴ ansonsten wird sie ignoriert. Messtheoretische Einsichten fanden niemals wirklich Eingang in die Wissenschaftstheorie. Das überrascht, denn im

³⁵ TOULMIN (1953): *Einführung in die Philosophie der Wissenschaft*, p. 134ff.

³⁶ MITTELSTRASS (1973): *Das praktische Fundament der Wissenschaft*.

³⁷ JANICH (1969a): *Wie empirisch ist die Physik?*; JANICH (1969b): *Die Protophysik der Zeit*; JANICH (1973): *Eindeutigkeit, Konsistenz und methodische Ordnung*.

³⁸ DINGLER (1952): *Über die Geschichte und das Wesen des Experimentes*; hier vor allem p. 6 – 13.

³⁹ FERTIG (1977): *Modelltheorie der Messung*.

⁴⁰ POPPER (1976): *Logik der Forschung*; in der Fußnote *2 p. 87 findet sich die denkwürdige Aussage: „Der Unterschied zwischen diesen beiden Tätigkeiten [scil. Messen und Zählen] ist dem zwischen reellen Zahlen und rationalen Zahlen nahe verwandt.“

⁴¹ LORENZEN & SCHWEMMER (1973): *Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheorie*, p. 151 – 178.

⁴² BALZER (1985): *Theorie und Messung*.

⁴³ LEINFELLNER (1967): *Einführung in die Erkenntnis- und Wissenschaftstheorie*, p. 108 – 118; FREY (1967): *Die Mathematisierung unserer Welt*, p. 61 – 77; CARNAP (1974): *Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaft*, p. 59 – 118; STEGMÜLLER (1970): *Probleme und Resultate, Bd. II, Theorie und Erfahrung*, p. 15 – 109; ESSLER (1971): *Wissenschaftstheorie II. Theorie und Erfahrung*, p. 64 – 83; STRÖCKER (1973): *Einführung in die Wissenschaftstheorie*, p. 49 – 60; v. KUTSCHERA (1972): *Wissenschaftstheorie I*, p. 16 – 60; SUPPES (1969): *Studies in the Methodology and Foundations of Science*, p. 36 – 80; SCHLEICHERT (1966): *Elemente der physikalischen Semantik*, p. 13 – 42; HEMPEL (1974): *Grundzüge der Begriffsbildung in der empirischen Wissenschaft*, p. 51-71; BUNGE (1967): *Scientific Research II: The search for Truth*, p. 194 – 251.

⁴⁴ POPPER (1976): *Logik der Forschung*, p. 87f; BUNGE (1967): *Scientific Research II: The search for Truth*, 206 – 212.

Hinblick auf die fundamentale Bedeutung von Messungen in den Erfahrungswissenschaften sollte die Messtheorie ein Teilgebiet der Wissenschaftstheorie sein; zumindest sollte Letztere nicht losgelöst von den Ergebnissen der Messtheorie konstruiert werden.

Etwa gleichzeitig mit dem Aufkommen der qualitativen Forschung wurde in der Wissenschaftstheorie die Bedeutung des Experiments wiederentdeckt. Diese jüngste wissenschaftstheoretische Richtung firmiert unter dem Label *Neuer Experimentalismus*. Bezeichnender Weise ging sie nicht aus der messtheoretischen, sondern aus der an philosophische Traditionen gebundenen historischen und soziologischen Wissenschaftsforschung hervor und wurde vor allem durch HACKING in die Wissenschaftstheorie eingeführt.⁴⁵ Nun ist zwar eine angemessene Berücksichtigung der Experimentierpraxis in der wissenschaftstheoretischen Forschung zu begrüßen; insofern stellt der Vorstoß von HACKING einen Fortschritt dar, aber seine als ‚Philosophie der Experimente‘⁴⁶ bezeichneten philosophisch-historischen Plaudereien über Experimente und Messungen dienen weder dem Verständnis, noch helfen sie der Wissenschaftstheorie bei der Klärung strittiger Fragen weiter.

Im Gegenteil: Da bislang auch über den Neuen Experimentalismus keine messtheoretischen Einsichten Eingang in die Wissenschaftstheorie gefunden haben, werden dort weiterhin Probleme diskutiert und Lösungen für sie vorgeschlagen, die messtheoretisch längst gelöst wurden oder deren Behandlung grundlegende messtheoretische Kenntnisse voraussetzen. Hierzu gehören etwa die unmittelbar durch die Messtheorie entscheidbaren und daher überflüssigen wissenschaftstheoretischen Diskussionen über die Theoriebeladenheit empirischer Beobachtungen.⁴⁷ Sie leiden vor allem darunter, dass nicht genau angegeben wird, was Beobachtungen sind und an welchen Stellen die Theorie in die experimentelle Forschung eingeht bzw. nicht eingeht. Entsprechend ungenau fallen die Folgerungen aus, die man hinsichtlich der Prüfbarkeit wissenschaftlicher Theorien aus der Theoriebeladenheit der Experimente zieht.

⁴⁵ HACKING (1983/1996): *Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaften*; siehe auch HEIDELBERGER (2007): *Das Experiment in den Wissenschaften*.

⁴⁶ HACKING (1983/1996): *Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaften*, p. 251.

⁴⁷ SCHICKORE (1997): Theoriebeladenheit der Beobachtung; ADAM (2002): *Theoriebeladenheit und Objektivität*; s. hierzu die Besprechung von BEISBART (2007); CARRIER (2006): *Wissenschaftstheorie zur Einführung*, p. 55 – 94.

In vielen wissenschaftstheoretischen Arbeiten werden also Probleme behandelt, die mit messtheoretischen Themen zusammenhängen, aber dort nicht als solche erkannt werden. In den Erfahrungswissenschaften gehören Messungen zum Alltag. Angesichts ihrer Bedeutung in diesen Disziplinen ist es bemerkenswert, mit welcher Beiläufigkeit im Umkreis der Wissenschaftstheorie messtheoretische Belange abgehandelt werden, zumal nach CARRIER Wissenschaftstheorie, Wissenschaftssoziologie und Wissenschaftsgeschichte aufklären wollen, wie Wissenschaft eigentlich funktioniert oder wie wissenschaftliches Wissen erzeugt wird.⁴⁸ Anspruch und Wirklichkeit liegen hier offenbar noch weit auseinander.

Insgesamt ergibt sich aus der Literatur folgendes Bild: Systematische Messungen haben wesentlich zu unserem Weltverständnis beigetragen; sie haben die Naturphilosophie aus dem Bereich philosophischer Spekulation befreit und das Material zur Ausbildung umfangreicher naturwissenschaftlicher Theorien geliefert, außerdem bilden sie die Grundlage jeden technischen Vorhabens. Trotz ihres großen Einflusses wurde bisher wenig Wert darauf gelegt, ihre Methoden in einer umfassenden Theorie zu behandeln. Es liegen zahlreiche Ansätze zur Lösung von Einzelproblemen vor, die aber, da sie nicht in einem Gesamtzusammenhang gesehen werden und meist nur auf bestimmte Einzelwissenschaften wie Physik und Psychologie bezogen bleiben, nur beschränkt gültig sind und oft Anlass zu Fehldeutungen geben. Es fehlt an einer ausführlichen Behandlung der Messfehlerproblematik, charakteristisch ist auch die Vernachlässigung der Messprozesse. Letztere werden zwar in den physikalisch orientierten Arbeiten in den Vordergrund gestellt,⁴⁹ allerdings auf Kosten der übrigen messtheoretischen Problematik. Außerdem ist man hier zu sehr auf den quantenmechanischen Messprozess fixiert, als gäbe es in der Physik außerhalb der Quantenmechanik und in anderen Wissenschaften keine Messprozesse. Wichtige Themen wie die Interpretation von Messergebnissen bleiben ungeklärt, neuere, den Rechner mit einbeziehende Messtechniken wie die Sensorik oder Simulationsexperimente fehlen ganz.

Auch wird gelegentlich behauptet, in einigen Wissenschaften seien Messungen gar nicht möglich oder müßten nach fachspezifischen Prinzipien erfolgen. Doch wenn Messungen nicht möglich sein sollten, kann es sich nicht um Erfahrungswissenschaften handeln; und wenn bestimmte

⁴⁸ CARRIER (2006): *Wissenschaftstheorie zur Einführung*, p. 10.

⁴⁹ SÜSSMANN (1958): *Über den Meßvorgang*; MITTELSTAEBT (1972): *Philosophische Probleme der modernen Physik*, p. 99 – 125; BÜCHEL (1965): *Philosophische Probleme der Physik*, p. 294 - 340.

Fachgebiete wirklich eigene Messprinzipien benötigten, so hieße dies, sie verfügten über nur ihnen zukommende Erkenntnisweisen. Eine als Einheit verstandene Welt kann aber keine prinzipiell verschiedenen empirischen Zugänge haben. Man müßte also von getrennten Welten ausgehen, um die fachspezifischen Messprinzipien zu rechtfertigen, doch für die Existenz von getrennten Welten fehlen die empirischen Belege. Außerdem ergäbe sich sofort die Frage, wie empirische Ergebnisse, die nach unterschiedlichen Prinzipien gewonnen wurden, miteinander verglichen werden können. Diese wenigen Hinweise mögen genügen, um anzudeuten, welche Schwierigkeiten sich aus der Annahme von fachspezifischen Messprinzipien ergeben. Es ist daher wünschenswert, die Behandlung von Einzelaspekten zu überwinden und die Messthematik unabhängig von einer speziellen Disziplin in einer geschlossenen Form darzustellen. Die erste einheitliche von messtheoretischen Strömungen unabhängige Messtheorie, in der Messwechselwirkung, Metrisierung, Fehlerbehandlung und Interpretation aufeinander bezogen sind, scheint der Verfasser geliefert zu haben;⁵⁰ ihr liegt die vorliegende Einführung in die Messtheorie zugrunde.

⁵⁰ JAENECKE (1982): *Grundzüge einer Meßtheorie*.

3 Was ist eine Messung?

Nach einem bekannten, auf CAMPBELL zurückgehendes, aber erst durch STEVENS populär gewordenes Diktum handelt es sich bei einer Messung im weitesten Sinn um ein Anheften von Zahlen an Dinge, um ein Zuweisen von Zahlen oder Nummern zu Objekten oder Ereignissen gemäß irgendwelcher Regeln.⁵¹ Danach fallen also auch reine Benennungen, z.B. die Vergabe von Autonummern, unter eine Messung, denn der als Einschränkung gedachte Beisatz 'gemäß irgendwelcher Regeln' schränkt in Wirklichkeit die Willkür nicht wesentlich ein, weil man, wie im Begriff 'Zuweisung' selbst schon angedeutet, immer eine Regel angeben kann. So wird man z.B. die Autonummer umkehrbar eindeutig vergeben, d.h. jedem Auto nur genau eine Nummer zuordnen. Dagegen hatte CAMPBELL bereits in seiner ersten Arbeit von 1920 betont, dass die Zuweisung von Zahlen nicht willkürlich erfolgen dürfe, sondern dass dabei bestimmte Gesetze, er nennt sie 'laws of measurement', erfüllt sein müssten.⁵² Dies scheint von Anfang an nicht akzeptiert worden zu sein, denn bereits 1928 betont er nochmals, dass es sich bei Zuweisungen z.B. von Telefonnummern nicht um Messungen handelt.⁵³ Die irreführende Ansicht, Messen bestünde darin, den Objekten Zahlen zuweisen ist auch heute noch weit verbreitet.⁵⁴

Bei einer Messung geht es nicht darum, Erkennungsmerkmale anzugeben oder – wie in der Repräsentationstheorie postuliert wird – irgendeine Ordnung einzuführen; man möchte vielmehr über den Untersuchungsgegenstand selbst etwas in Erfahrung bringen. Es ist daher nicht gleichgültig, welche Zahl oder, allgemeiner, welches Zeichen man vergibt, denn es soll ja den vorliegenden Zustand beschreiben; dazu müssen aber Zeichen und Zustand in einer festen Beziehung zueinander stehen. Bezüglich der Autonummern wäre dies der Fall, wenn etwa deren Vergabe nach der jeweiligen zuvor zu ermittelnden Fahrtauglichkeit erfolgte. Da dies aber nicht geschieht, kann sie nicht als Messung, auch nicht im weitesten Sinn als Spezialfall einer Messung angesehen werden:

⁵¹ STEVENS (1946): *On the theory of scales of measurement*, p. 677, p. 679, p. 680; STEVENS (1962): *Measurement, psychophysics, and utility*, p. 18, p. 19; STEVENS (1968): *Measurement, statistics, and the schemapiric view*, p. 850, p. 854.

⁵² CAMPBELL (1920): *Physics: The Elements*, p. 21.

⁵³ CAMPBELL (1928): *An account of the principles of measurement and calculation*, p. 1.

⁵⁴ Man findet sie im Internet häufig; selbst die Encyclopædia Britannica hat sie übernommen.

Messen beschränkt sich nicht auf ein Anheften/Zuweisen von Zahlen an Dinge nach irgendwelchen Regeln, es besteht vielmehr aus Arbeitsvorgängen, bei denen ermittelt wird, welche Intensität eine bestimmte durch ein Messobjekt verkörperte Eigenschaft hat. Die Arbeitsvorgänge umfassen neben dem eigentlichen Messen auch alle dazu notwendigen Vorarbeiten, insbesondere die Herstellung von geeigneten Messwerkzeugen. Dabei sind folgende die Objektivität der Messergebnisse sicherstellende Messprinzipien zu beachten:

Messprinzip 1 (Reproduzierbarkeit):

Am gleichen Messobjekt unter gleichen Bedingungen, aber zu einem anderen Zeitpunkt und eventuell an einem anderen Ort und von einer anderen Person vorgenommene Messungen müssen innerhalb der erreichbaren Messgenauigkeit zu gleichen Ergebnissen führen.

Reproduzierbarkeit ist eine unverzichtbare Forderung an ein Messvorhaben. Sie garantiert objektive Messergebnisse, die weder vom jeweiligen Experimentator noch von zufälligen äußeren Bedingungen oder von der Vergangenheit des Messobjektes abhängen, so dass wenn gleiche Intensität vorliegt, verschiedene Beobachter innerhalb der Messgenauigkeit zum gleichen Ergebnis gelangen. Bei der Benotung von Leistungen wird in den meisten Fällen dieses Prinzip verletzt, bei der Messung von elektrischen Messgrößen darf man davon ausgehen, dass es erfüllt ist.

Das zweite Messprinzip bezieht sich auf die Vergleichbarkeit von Messergebnissen. In den Wissenschaften sucht man nach Aussagen, die nicht nur für ein einziges Objekt bzw. Individuum zutreffen, sondern sich auf eine Allgemeinheit beziehen, z.B. 'Autofahrer, deren Müdigkeit 30 Grad übersteigt, stellen eine Verkehrsgefährdung dar'. Solche Aussagen sind aber nur möglich und bekommen erst dann einen Sinn, wenn die Einzelergebnisse von verschiedenen Personen miteinander verglichen werden können. Wir benötigen daher noch

Messprinzip 2 (Vergleichbarkeit):

Innerhalb der erreichbaren Messgenauigkeit gleiche, aber von verschiedenen Messobjekten stammende Ergebnisse müssen das gleiche bedeuten.

Ergibt sich bei Längenmessungen, dass zwei Gegenstände im lang sind, so darf man annehmen, dass sie sich, aneinandergelegt, als gleichlang erweisen. Zwei Schüler, im gleichen Fach mit der Note 2 bewertet, werden dagegen nicht den gleichen Wissensstand in diesem Fach aufweisen. Solche Noten erlauben daher keine Verallgemeinerungen über den Wissensstand von Schülern.

Mit Hilfe der beiden Messprinzipien lässt sich der Begriff ‚Messung‘ folgendermaßen präzisieren: Bei einer Messung wird der Übergang von einer bestimmten empirischen Situation zu deren Beschreibung durch Zahlen oder Qualitäten *unter Beachtung der beiden Messprinzipien* vollzogen. Es handelt sich um einen methodisch kontrollierten Übergang vom Empirischen zum Formalen, bei dem eine empirisch vorliegende Intensität durch eine mathematische Größe dargestellt wird; er schafft die Voraussetzung für eine theoretische Behandlung des betreffenden Sachgebietes. Messen ist somit eine grundlegende Form der Erkenntnisgewinnung, auf der alle höheren Erkenntnisformen in Gestalt von erfahrungswissenschaftlichen Theorien aufbauen.

Man könnte nun einwenden, der Messvorgang lasse sich doch im übertragenen Sinn als Zuweisen von Zahlen an Dinge auffassen und die Messprinzipien seien nichts anderes als Regeln im Sinne von STEVENS. Doch gerade diese verkürzte Sichtweise brachte zahlreiche Missverständnisse hervor: Bei diesem „Zuweisen“ sind nämlich Messprozesse beteiligt, durch die sich die Dinge verändern können, so dass zunächst unklar bleibt, auf welchen Zustand sich die Messergebnisse beziehen und welchen Wert sie haben. Außerdem handelt es sich nicht um beliebige Regeln, sondern um ganz bestimmte, die dafür sorgen, dass den Dingen nicht irgendwelche, sondern an den jeweiligen Zustand gebundene Zahlen zugesprochen werden.

Auch erfüllen sich die Regeln nicht von selbst, vielmehr muss man etwas dafür tun. Ob ein Messverfahren sie einhält, lässt sich zwar an einigen ausgewählten Testbeispielen überprüfen, aber eine sichere Bestätigung ist nicht möglich. Man sichert daher ihre Einhaltung so weit wie möglich durch gezielte Vorkehrungen, deren theoretische Aufbereitung der Messtheorie zufällt. Die folgende zunächst an physikalischen Messungen orientierte, aber keineswegs auf physikalische Messungen beschränkte kurze Übersicht wird zeigen, dass sich aus den beiden Messprinzipien die gesamte Messtheorie entwickelt lässt.

4 Übersicht über die Messtheorie

Um etwas über einen Gegenstand in Erfahrung bringen zu können, ist eine Kontaktaufnahme mit ihm unvermeidbar. Außerdem erfolgen Messungen immer in einer nicht zum Messvorhaben gehörenden Umwelt, die aber dennoch die Messprozedur beeinflussen kann. Solche Kontakt- bzw. Einflussnahme erfolgt über *Messwechselwirkungen*; sie werden im ersten Abschnitt behandelt. Sind für ein Messvorhaben die Messwechselwirkungen zumindest teilweise bekannt, so kann mit dem Entwurf des Messverfahrens begonnen werden. Was zum Bau eines Messgerätes noch fehlt, sind die Quantisierungsvorrichtungen für die zu messenden Intensitäten. Ihre Herstellung erfordert eine *Metrisierung* der zugehörigen Eigenschaft, mit der wir uns im zweiten Abschnitt beschäftigen werden. Messwechselwirkungen – seien es die gezielt durchgeführten oder die aus der Umwelt stammenden – bewirken stets mehr oder weniger große, das Messergebnis verfälschende Veränderungen am Messobjekt, d.h. sie führen zu Messfehlern. Ein einzelner Messwert ist somit wenig aussagekräftig, weil man nicht weiß, wie groß sein Fehler ist. Der dritte Abschnitt ist daher der *Fehlerrechnung* gewidmet. Messergebnisse stellen Faktenwissen dar, das aber nur dann sinnvoll weiterverwendet werden kann, wenn dessen Bedeutung bekannt ist. Sie wird durch die *Interpretation der Messergebnisse* gewonnen, einem vernachlässigten, aber wichtigen Thema, mit dem sich der vierte Abschnitt auseinandersetzt.

4.1 Messwechselwirkungen

Eine Wechselwirkung ist eine wechselseitige Einflussnahme von mindestens zwei Systemen aufeinander. Sie umfasst auch den Spezialfall einer einfachen Wirkung eines Systems auf ein anderes, bei dem also die Rückwirkung Null ist. Eine Messwechselwirkung ist dementsprechend ein Prozess, der entweder gewollt oder ungewollt am Messvorgang beteiligt ist. Die Kenntnis der jeweiligen Messwechselwirkungen ist eine notwendige Voraussetzung für den Entwurf von Messverfahren, sie ist außerdem eine wichtige theoretische Grundlage für die Interpretation der Messergebnisse. Die hier skizzierte Theorie der Messwechselwirkungen hat die Aufgabe, die bei einer Messung ablaufenden Mechanismen zu klären.

Messobjekt, Messwerkzeug, Beobachter

Charakteristisch für ein Messverfahren ist die Verwendung von technischen Hilfsmitteln. In erster Linie denkt man dabei an Messgeräte, aber es gibt äußerst verschiedene Arten von Hilfsmitteln, und es ist nicht leicht, sie unter einem allgemeinen Gesichtspunkt zusammenzufassen. Für viele von ihnen wäre die Bezeichnung 'Messgerät' unpassend; wir reservieren daher diesen Begriff ausschließlich für ein physikalisches Instrument. Um auch Messungen aus anderen Gebieten mit einbeziehen zu können, verwenden wir 'Messwerkzeug' als neutralen Oberbegriff. Messgeräte, aber z.B. auch Fragebögen, sind danach spezielle Messwerkzeuge.

Es versteht sich von selbst, dass man Messwerkzeuge braucht, wenn Messungen von Automaten durchgeführt werden sollen. Könnte man auf Messwerkzeuge verzichten, wenn man die Messungen von Menschen ausführen ließe? Das ist nicht der Fall, denn dann müssten letztere zumindest bestimmte Teilaufgaben eines Messwerkzeuges übernehmen und sie müssten, um reproduzierbare Ergebnisse hervorzubringen (Messprinzip 1), diese Aufgaben alle in exakt gleicher Weise erledigen. Wenn überhaupt, können menschliche Handlungen nur über Hilfsmittel erfolgreich genormt werden, und bei Messvorhaben sind diese Hilfsmittel gerade die gegenständlichen Messwerkzeuge.

Um ihren Zweck zu erfüllen, müssen Messwerkzeuge dupliziert werden können. Dadurch ist es prinzipiell möglich, zu beliebigen Zeiten und an beliebigen Orten mit verschiedenen Personen gleichwertige Messungen durchzuführen.

So ist es z.B. notwendig, allen Versuchspersonen den gleichen Intelligenztest in schriftlicher, also neutraler Form zu präsentieren. Allein schon ihre mündliche Darbietung eröffnete zahlreiche Fehlerquellen, und bei Verwendung von unterschiedlichen Tests wären die Ergebnisse nicht mehr vergleichbar, denn nur bei gleichen Testbedingungen darf man hoffen, dass gleich intelligente Personen gleiche Ergebnisse liefern.

Kennzeichnend für eine Messvorhaben ist somit der Gebrauch von Messwerkzeugen und damit die Unterteilung in Messwerkzeug und Messobjekt. Doch Messwerkzeuge erfordern auch eine Bedienung; das kann, wie oben schon erwähnt, ein Automat oder eine Person sein. Wir fassen beide Möglichkeiten unter dem Oberbegriff 'Beobachter' zusammen. An einer Messung sind damit

mindestens die drei miteinander gekoppelten Systeme Messobjekt, Messwerkzeug und Beobachter beteiligt (Abbildung 1).

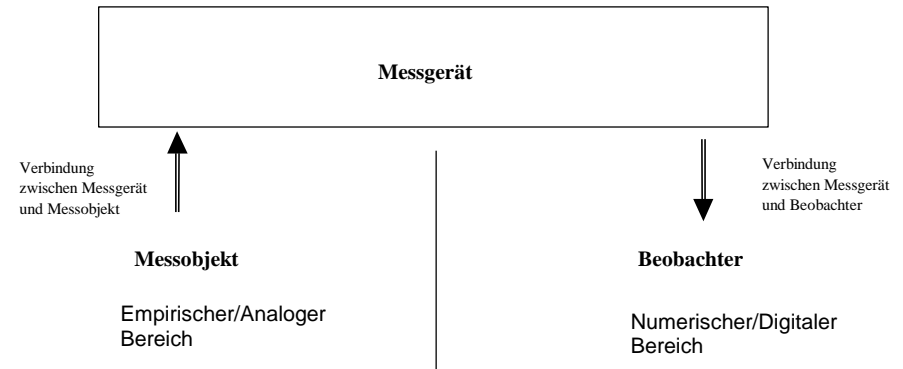


Abbildung 1: Die bei einer physikalischen Messung beteiligten Systeme Messobjekt, Messgerät und Beobachter. Diese Aufteilung hat Konsequenzen: Da es sich um getrennte Systeme handelt, die miteinander in Verbindung gebracht werden müssen, ergeben sich Kopplungsprobleme, und Kopplungen bedeuten Wechselwirkungen.

Analog-Analog-Umwandlung zur Übertragung von Information

Bei einer Messung verschafft sich ein Beobachter mit Hilfe von Messwerkzeugen einen Einblick in die an einem Messobjekt vorliegenden quantitativen bzw. qualitativen Verhältnisse. Dabei interessiert man sich nicht für alle am Messobjekt auftretenden empirischen Verhältnisse, sondern nur für die Intensität (oder Stärke oder Grad der Ausprägung) einer ganz bestimmten, eventuell erst durch das Messwerkzeug vermittelten Eigenschaft, die im folgenden als 'Messeigenschaft' bezeichnet wird. Unter 'Intensität' ist hier eine relative auf eine Einheitsintensität bezogene empirische Größe zu verstehen.

Um die gesuchte Größe in Erfahrung zu bringen, muss die Intensität der Messeigenschaft in irgendeiner Form dem Messgerät übermittelt werden. Das Messobjekt tritt hier als Informationssender auf. Das Messgerät wiederum muss die Mitteilung aufnehmen, speichern und an den Beobach-

ter weiterleiten können. Zwischen den drei Systemen Messobjekt, Messgerät und Beobachter muss daher notwendigerweise während des Messvorgangs eine Kopplung stattfinden; das bedeutet:

Ein Messgerät muss (abgesehen von bestimmten Einstellungsmöglichkeiten) mindestens zwei Schnittstellen nach außen haben: die eine stellt die Verbindung zum Messobjekt, die andere die zum Beobachter her (Abbildung 1). Über die Schnittstellen wird Information übertragen; die Übertragung erfolgt über Messwechselwirkungen und diese sind gekennzeichnet durch die Umwandlung von Größen. In diesem Abschnitt geht es hauptsächlich um die Schnittstelle zwischen Messobjekt und Messgerät.

Über diese Schnittstelle teilt gewissermaßen das Messobjekt dem Messgerät die zu bestimmende Intensität mit. Dabei wird der empirische Bereich noch nicht verlassen; es handelt sich um eine sogenannte Analog-Analog-Umwandlung. Der technische Ausdruck 'analog' gibt an, dass die Intensität durch einen physikalischen Zustand verkörpert ist; Gegensatz dazu ist digital: hier ist die Intensität losgelöst vom Messobjekt durch ein Zeichen dargestellt.⁵⁵

Analog-Analog-Umwandlungen werden oft übersehen. So legt man z.B. bei der Messung einer Tischlänge den Maßstab an den Tisch an und überträgt dessen Länge analog etwa über eine Fingernagelmarkierung in eine entsprechende Länge auf dem Maßstab. Ein Prüfer muss sich durch gezielte Fragen „ein Bild machen“ über den Wissensstand des Prüflings; hier wird dessen analoger Wissensstand beim Prüfer umgewandelt in einen analogen Eindruck über diesen Wissensstand. Beim ersten Beispiel erfolgt die Wechselwirkung über die Handhabung des Maßstabes; sie kann bei sorgfältigem Umgang mit ihm vernachlässigt werden. Beim zweiten Beispiel laufen die Wechselwirkungen in den Köpfen der beteiligten Personen ab. Hier sind die Verhältnisse nicht mehr so einfach: Ein aufgeregter Prüfling und ein voreingenommener Prüfer können das Ergebnis stark verfälschen, außerdem kommen jetzt Gedächtnisprozesse ins Spiel.

Aufgrund der unvermeidbaren Informationsübertragung folgt: Bei allen Messungen werden die Größen niemals direkt, sondern nur indirekt über einen vermittelnden Gegenstand bestimmt. So wird nicht die Länge eines Tisches selbst, sondern die auf den Maßstab übertragene Tischlänge

⁵⁵ 'Digital' darf nicht mit 'diskret' verwechselt werden: diskrete Größen haben scharf abgrenzbare Intensitäten; Gegensatz: kontinuierlich. Sowohl diskrete (Energieniveaus) als auch kontinuierliche Intensitäten (Temperaturen) kommen analog vor. Das Stroboskop ist ein Beispiel für eine Analog-Analog-Umwandlung einer diskreten Intensität.

gemessen, und es wird nicht der Wissensstand des Prüflings benotet, sondern nur der Eindruck, den ein Prüfer von seinem Wissensstand gewann. Diese überaus wichtige, meist unbeachtete Konsequenz hat weitreichende Folgen sowohl für die Messtheorie als auch für die Anwendung.

Analog-Analog-Umwandlung zur Messbarmachung von Messeigenschaften

Die obigen Überlegungen betrafen zunächst nur die Informationsübertragung. Analog-Analog-Umwandlungen können aber auch zur *Messbarmachung* von Eigenschaften genutzt werden. Sei etwa E eine Messeigenschaft, von der noch kein Messverfahren existiert. Man wird nun versuchen, die zu bestimmende analoge Intensität von E über eine geeignete Messwechselwirkung in eine analoge Intensität einer Eigenschaft überzuführen, von der bereits ein Messverfahren bekannt ist; wir bezeichnen letztere als 'Maßeigenschaft' oder kurz als ‚Maß‘. Die zunächst noch unbekanntere Intensität wird durch solch eine Umwandlung zu einer messbaren Größe (oder kurz: Messgröße). Das Maß ist diejenige Eigenschaft, deren Intensität durch eine Messung tatsächlich bestimmt wird. Um eine Analog-Analog-Umwandlung zur Messbarmachung einsetzen zu können, muss also ein geeignetes Maß zur Verfügung stehen.

Eine der ersten Aufgaben bei der Verwirklichung eines neuen Messvorhabens ist es daher, solch ein Maß aufzufinden. Dies kann mit großer Mühe verbunden sein, die man sich oft zu ersparen glaubt, indem man eine plausibel erscheinende Größe als Maß verwendet. Bei der Wahl eines Maßes erfolgt jedoch eine schicksalsträchtige Weichenstellung: Kommt ein falsches Maß zum Einsatz, sind die Messergebnisse und alle aus ihnen gezogenen Schlussfolgerungen hinfällig. Trifft man dennoch aufgrund solcher Ergebnisse Entscheidungen, so kann das weitreichende Folgen haben.⁵⁶

Das bekannteste und am weitesten verbreitete Maß ist die Länge; es wird bei jedem Zeigermessinstrument verwendet. So *misst* man bei einem Voltmeter nicht die Spannungsintensität, sondern die des Zeigerausschlages, also eine bestimmte Länge, die dann in eine entsprechende Spannung *umgerechnet* wird. Voraussetzung dafür ist eine Messwechselwirkung, welche die Umwandlung einer elektrischen Spannung in einen Zeigerausschlag ermöglicht. Durch sie erhält das Messgerät die gewünschte Information über den Spannungszustand des Messobjektes.

⁵⁶ Siehe hierzu JAENECKE (1994): *Besorientierung durch falsche Maße*.

Mit den Regeln, nach denen die Umrechnung zu erfolgen hat und mit den Bedingungen, die eine Eigenschaft erfüllen muss, um als Maß für eine andere Eigenschaft geeignet zu sein, beschäftigt sich die Metrisierungstheorie. Hier sei nur erwähnt, dass zwischen der Intensität der Messeigenschaft E und der ihres Maßes ein naturgesetzlicher Zusammenhang bestehen muss, denn nur so kann sichergestellt werden, dass die Größe, die tatsächlich gemessen wird, irgendetwas mit der gesuchten Größe zu tun.

Bei nicht-physikalischen Messvorhaben wird nicht nur oft versäumt, solch einen naturgesetzlichen Zusammenhang nachzuweisen, oft kennt man noch nicht einmal das Maß. Ein Prüfer z.B. macht sich ein Bild vom Wissensstand seines Prüflings; hier findet zwar eine Analog-Analog-Umwandlung statt, aber in welches Maß umgewandelt wird, bleibt unbekannt. Die Folgen sind bekannt: Die Benotung erfolgt nach subjektiven Kriterien, die unangenehme Überraschungen für den Prüfling bereithalten.

Wechselwirkungen als Voraussetzung für Beobachtbarkeit

Unter einem Messobjekt stellt man sich gewöhnlich ein System vor, das keinen Veränderungen unterworfenen ist und sich eben daher für Beobachtungen eignet. Doch diese Vorstellung ist falsch: Um überhaupt beobachtbar zu sein, muss sich ein System immer in irgendeiner Weise verändern, d.h. es muss immer in irgendeiner Weise wechselwirken, nur kann das Ausmaß ganz unterschiedlich ausfallen. Viele Gegenstände unserer Umgebung sind sichtbar, weil deren Oberfläche mit einfallendem Licht wechselwirkt; dabei verändert es sich wenig. Ein Stern hingegen lässt sich nur deshalb beobachten, weil er eigenes Licht aussendet; um dies aber tun zu können, müssen in ihm hochenergetische Prozesse ablaufen. Auf diese Eigenwechselwirkungen muss man bei einem Messobjekt ebenso achten, wie auf die Veränderungen, die es durch die Kopplung an ein Messgerät erfährt.

Auslöser

Manche Messobjekte „zeigen“ ohne äußeres Zutun die Messeigenschaft; so "besitzt" z.B. jede Flüssigkeit von sich aus eine Temperatur. Das gilt nicht für alle Messeigenschaften: Damit sie sich zeigen, muss das Messobjekt erst in einen bestimmten Zustand gebracht oder zu einem bestimm-

ten Vorgang angeregt werden. Hierzu bedarf es einer weiteren von einem Auslöser eingangsgesetzten Messwechselwirkung: Ein Auslöser ist ein System, das auf ein Messobjekt einwirkt und es zu einer Reaktion veranlasst; eine bestimmte Eigenschaft dieser Reaktion wird dann Gegenstand des Messvorhabens. Bei Lumineszenzmessungen z.B. wird das Messobjekt - meist ein Gas oder eine Flüssigkeit – angeregt und die Stärke der hervorgerufenen Leuchterscheinung gemessen, bei zahlreichen psychologischen Experimenten müssen die Versuchspersonen vor der Lösung ihrer eigentlichen Aufgabe erst eine Lernphase über sich ergehen lassen.

Übertragungskanal

In einigen Fällen sind Messobjekt und Messgerät räumlich und somit auch zeitlich voneinander getrennt, z.B. Stern und Spektrometer. Die Verbindung zwischen beiden kommt hier durch einen Übertragungskanal zustande. Er stellt ein eigenständiges System dar und tritt als Informationsübermittler zwischen Messobjekt und Messgerät sowie zwischen Messobjekt und Auslöser auf. Manchmal wird er auch als zum Messgerät gehörig betrachtet oder in das Messgerät integriert, so dass er äußerlich nicht in Erscheinung tritt. Der Übertragungskanal kann selbst mit seiner Umgebung wechselwirken und ist stets Störungen unterworfenen. Ein typisches nicht-physikalisches Beispiel ist die Verständigung zwischen Prüfling und Prüfer über einen Sprachkanal.

Umwandlungsketten

Neben den drei oben genannten Hauptsystemen können noch mehrere andere Systeme an einer Messung beteiligt sein. So ist es oft notwendig, die Analog-Analog-Umwandlung in mehreren Schritten durchzuführen, wobei jede Umwandlung ein eigenes Teilsystem erfordert; auf diese Weise entsteht eine Umwandlungskette. In den meisten Fällen ist solch eine Kette im Messgerät integriert und bleibt daher verborgen. Bei manchen Messverfahren sind mehrere Messgeräte in einer Messkette aneinandergeschaltet; die Analog-Analog-Umwandlungen wurden hier gewissermaßen nach außen verlegt. In allen diesen Fällen handelt es sich nicht um etwas generell Neues, sondern nur um eine Vervielfachung des immer gleichen Verfahrens.

*

Die obigen Ausführungen zeigen, dass bei einem Messvorhaben an verschiedenen Stellen ganz unterschiedliche Messwechselwirkungen auftreten können. Sie sind einerseits notwendig, um Information über das Messobjekt zu erhalten, andererseits können sie jedoch auch die beteiligten Systeme verändern und so die Ergebnisse verfälschen. Jedes Messvorhaben erfordert daher eine genaue Analyse aller an ihm beteiligten Prozesse, sowohl um die Messergebnisse sinnvoll interpretieren zu können als auch um einen Anhaltspunkt für die zu erwartenden Messfehler zu haben.

Simulation

Wie lassen sich nun Kenntnisse über die beteiligten Prozesse gewinnen? Es wäre naheliegend zu antworten: durch Messungen. Doch das wäre kein guter Ratschlag: Befolgte man ihn, so geriete man in einen methodischen Zirkel, weil diese Messungen bereits Kenntnisse über die fraglichen Prozesse voraussetzen. Der Zirkel lässt sich aber durch eine Verfahrensweise durchbrechen, die in letzter Zeit immer mehr an Bedeutung gewinnt; es sind dies Simulationen auf einem Rechner.

Bei einer Simulation werden Prozesse technisch durch ein Modell nachgestellt; das Modell stellvertretend das System, für dessen Eigenschaften man sich interessiert. Im Unterschied zu diesem ist es einfacher zu kontrollieren, denn man kennt die Prozesse, die in ihm ablaufen, weil man sie selbst erzeugt. Neben Modellen, die wie die Flügelprofile im Windkanal oder die Dummies bei Autocrashtests aus realen Gegenständen bestehen, werden zunehmend Rechnersimulationen durchgeführt. Die realen Prozesse werden hierbei über Rechenabläufe modelliert, die wiederum durch geeignete Algorithmen definiert sind. So wie sich Zahlen auf ganz unterschiedliche Dinge und Größen beziehen können, ihre Operationen also neutral sind gegenüber ihren Anwendungen, so lassen sich auch die elementaren Rechenprozesse als neutrale Prozesse auffassen, mit denen reale Vorgänge aus ganz unterschiedlichen Bereichen simuliert werden können.

Auch bei Simulationen müssen die Beziehungen zwischen den Zeichen den Beziehungen zwischen den Dingen entsprechen, nur sind hier die Zusammenhänge komplexer als bei einer herkömmlichen Messung, bei der sich das Darstellungsprinzip auf eine Äquivalenz zwischen der mathematischen Struktur $\langle \mathbb{Z}, \geq, + \rangle$ und der empirischen Struktur $\langle \mathbb{A}, \succeq, \oplus \rangle$ bezieht, also auf eine Zahlenmenge \mathbb{Z} und auf eine Menge von analogen Intensitäten \mathbb{A} . Aufgrund der Äquivalenz dürfen die für Zahlen geltenden Gesetze auf die Intensitäten übertragen

werden. Bei Simulationen geht es nicht um Größen, sondern um äquivalente Prozesse. Ausgangspunkt ist ein empirischer Prozess P_N , dessen Mechanismus man wenig oder gar nicht kennt und den man deshalb erforschen möchte; bekannt sind lediglich seine Effekte. Man versucht daher, auf dem Rechner einen Prozess zum Laufen zu bringen, der Effekte hervorbringt, welche den Effekten von Prozess P_N entsprechen. Aus dieser Entsprechung schließt man dann, dass sich auch die beiden Ablaufmechanismen gleichen; die des Rechners kennt man durch die in einer formalen Sprache abgefassten Algorithmen also erfährt man über sie auch etwas über die Funktionsweise von P_N . Dabei erfassen die Algorithmen die Zeichen-, die Prozesse die Dingbeziehungen.

Da es sich um eine numerische Simulation handelt, sind die Werte der beteiligten Größen bekannt, so dass keine Messungen mehr notwendig sind. Bei einer Simulation treten zunächst auch keine Störungen aus der Umwelt auf. Oft werden sie aber mitsimuliert, um der Realität möglichst nahe zu kommen. So verrauscht man absichtlich bei Simulationen in der Nachrichtentechnik einen Übertragungskanal, um einen möglichst realistischen Signal-Rausch-Abstand zu bekommen.

Rechnersimulationen eröffnen ein weites Experimentierfeld. So kann man mit ihnen Parameter variieren oder alternative Ablaufmechanismen gegeneinander testen. Genutzt werden sie derzeit hauptsächlich in der Technik. Dabei würden sie sich gerade für solche Fällen anbieten, bei denen quantitative Methoden unergiebig sind; das betrifft viele Bereiche, die heute der qualitativen Forschung zugerechnet werden. Allerdings erfordern Simulationsvorhaben ein Umdenken beim Versuchsentwurf. Zwar handelt es sich bei ihnen auch um Experimente, aber man kann sie nur dann angehen, wenn man zumindest eine Anfangsvorstellung darüber hat, wie die fraglichen Vorgänge ablaufen könnten. Im Gegensatz zu herkömmlichen Experimenten geht von Rechnersimulationen eine disziplinierende Wirkung aus: Man muss die vermuteten Vorgänge klar und deutlich beschreiben; wilde Hypothesen werden vom Rechner sofort „bestraft“.

Bei Messungen werden nur die quantitativen Beziehungen erfasst, bei Rechnersimulationen geht es vornehmlich um die Beantwortung von Wie-Fragen: Wie kommen die Effekte zustande, wie laufen die Prozesse ab. Gelingt es hierauf eine Antwort zu finden, gelangt man zu einem viel tieferen Verständnis, als es über die rein quantitativen Verfahren zu erreichen möglich wäre. So ließen sich wohl manche Tierversuche einsparen, wenn man nicht mechanisch Arzneimittel testete, sondern versuchte, ihren Wirkungsmechanismus zu verstehen und ihn über Simulationen zu modellieren.

Trotz dieser offenkundigen Vorzüge der Simulationen kehren wir nun wieder zu den Messungen zurück und untersuchen, wie man aus den analogen Intensitäten die mathematischen Größen gewinnen kann.

4.2 Metrisierung

Die Untersuchung über die Messwechselwirkungen endete mit dem Abschluss der Analog-Analog-Umwandlung, die unter anderem dazu dient, die Intensität einer nicht direkt zugänglichen Eigenschaft umzuwandeln in eine Intensität, von der bereits ein Messverfahren bekannt ist; die zugehörige Eigenschaft wurde als ‚Maßeigenschaft‘ oder kurz als ‚Maß‘ bezeichnet. Bei Zeigermessinstrumenten wird die Analog-Analog-Umwandlung so gewählt, dass sich die Größe der fraglichen Intensität in einem entsprechenden analogen Zeigerausschlag manifestiert. Aus solch einer Angabe gilt es nun einen mathematischen Wert zu machen. Diesen Vorgang bezeichnen wir als ‚Analog-Digital-Umwandlung‘; er vollzieht den Übergang vom empirischen zum mathematisch-sprachlichen Bereich und erfordert zwei Arbeitsschritte: Metrisieren und Ablesen.

Um ein Messgerät ablesen zu können, muss es mit einer entsprechenden Vorrichtung ausgestattet sein; bei Zeigermessinstrumenten bezeichnet man sie als ‚Skala‘ oder ‚Zifferblatt‘. An dieser Stelle setzt die Metrisierungsaufgabe an. Sie beschäftigt sich mit den methodischen, zur Herstellung solch einer Ablesevorrichtung zu beachtenden Grundlagen und braucht nur jeweils einmal für jedes Messverfahren gelöst zu werden. Danach sind die zum Bau der Messgeräte immer wieder verwendbaren Konstruktionsprinzipien bekannt. Ablesen ist hingegen ein Vorgang, der bei jeder Messung ausgeführt werden muss.

Nach Voraussetzung gibt es für eine Maßeigenschaft bereits ein Messverfahren, so dass ihre Intensität nicht ihrerseits wieder in die Intensität einer anderen Größe umgewandelt werden muss, was am Ende ja auf eine unakzeptable unendliche Messkette hinauslaufen würde. Folglich muss es Gegenstände mit Eigenschaften geben, die keines Maßes bedürfen, deren Intensität sich also „direkt“ bestimmen lässt. Es sind dies die fundamentalen Messgrößen, ihre Digitalisierung bezeichnet man als ‚fundamentale Metrisierung‘. Sie bilden den Anfang einer Messkette; die Intensitäten aller anderen Eigenschaften müssen durch eine Analog-Analog-Umwandlung auf eine Intensität einer Maßeigenschaft zurückgeführt werden; es handelt sich daher bei ihnen um abgeleitete Messgrößen, messbar gemacht durch eine *abgeleitete Metrisierung*.

Fundamentale Metrisierung

Die fundamentale Metrisierung beschäftigt sich mit den Regeln, nach denen die Intensität einer fundamentalen Messgröße zu bestimmen ist. Wir werden die Regeln nur anhand der Längenmetrisierung erläutern; sie lassen sich jedoch unmittelbar auch auf andere fundamentale Größen übertragen.

Als erstes muss ein Standard ausgewählt werden, der eine bestimmte Längeneinheit verkörpert. Im einfachsten Fall wählt man hierzu einen geeigneten, unverändert bleibenden Gegenstand aus und schreibt ihm definitorisch den Messwert Eins (oder irgendeine andere Zahl) zu. Geeignet heißt, es gibt einen Beobachter, der feststellen kann, ob ein zweiter Gegenstand länger oder kürzer ist als der Standard oder ob sie längengleich sind. Solch ein Standard ist somit ein primitives Messgerät. Ein bekanntes historisches Beispiel ist das Urmeter in Paris, das die Einheit 1m repräsentiert.

Die weiteren Metrisierungsarbeiten knüpfen an der Möglichkeit an, Gleichheiten festzustellen. Sie erlaubt nämlich die Herstellung von Duplikaten, also von weiteren Gegenständen, welche ebenfalls die über den Standard eingeführte Einheitsintensität verkörpern. Mit diesen Duplikaten ist es möglich, überall auf der Welt die gleichen Vergleichsbestimmungen vorzunehmen; ihre Resultate sind reproduzierbar und eindeutig, allerdings beziehen sie sich nur auf die durch die Duplikate verkörperte Einheitsintensität und sind somit noch wenig informativ.

Um mehr Information zu erhalten, ist es notwendig, Gegenstände herzustellen, deren Intensitäten ein Vielfaches oder nur einen Bruchteil der zunächst gewählten Einheitsintensität betragen. Das ist nur möglich, wenn es für die Duplikate einer fundamental zu metrisierenden Größe eine empirische Additionsoperation gibt mit der Eigenschaft, dass sich bei einer „Addition“ der Duplikate auch deren Intensitäten addieren. Für die Längenmessung ist diese Bedingung erfüllt: Fügt man zwei Stäbe gleicher Länge aneinander, so ergibt sich ein neuer Stab mit doppelter Länge; das ist eine vertraute Erfahrung. Die fundamentale Metrisierung beruht also auf dem schon erwähnten Additionsprinzip

$$\phi(L_1 \oplus L_2) = \phi(L_1) + \phi(L_2),$$

wobei L_1 und L_2 bekannte Intensitäten zweier Duplikate von Standards sind. Der absolute Wert von $\phi(L_1)$ spielt keine Rolle; man könnte für ihn den Wert 1 wählen.

Aufgrund des Additionsprinzips kann man bis zu einer bestimmten Größe relativ genau Vergleichsobjekte beliebiger Länge herstellen; man benötigt dazu nur einen hinreichend nach Größe gestaffelten Satz von Duplikaten, die man so zusammenfügt, dass eine Vergleichslänge herauskommt, die mit der gesuchten Länge eines Messobjektes übereinstimmt. Gegeben sei z.B. ein Gegenstand X , gesucht seine Länge L_X . Dazu stellt man durch eine geeignete „empirische Addition“ von Objekten 1, 2, ..., k , deren Intensitäten bekannt sind, ein Vergleichsobjekt V so her, dass für dessen Länge L_V gilt: $L_V \approx L_X$. Sei \oplus wieder das Symbol für die empirische Addition, dann lässt sich dieser Arbeitsgang durch

$$(6) \quad L_V = \underbrace{L_1 \oplus L_1 \oplus \dots \oplus L_1}_{n_1 \text{ Summanden}} \oplus \underbrace{L_2 \oplus L_2 \oplus \dots \oplus L_2}_{n_2 \text{ Summanden}} \oplus \dots \oplus \underbrace{L_k \oplus L_k \oplus \dots \oplus L_k}_{n_k \text{ Summanden}} = \\ = n_1 L_1 \oplus n_2 L_2 \oplus \dots \oplus n_k L_k \approx L_X$$

beschreiben.

In ähnlicher Weise stellt man mit Hilfe eines Gewichtssatzes und einer Waage ein Gleichgewicht zwischen der Ware und einer bestimmten Kombination von bekannten Gewichtseinheiten her und bestimmt daraus das Gewicht der Ware: auch das Gewicht ist eine fundamentale Messgröße.

Nun ist es natürlich vor allem bei Längenmessungen sehr umständlich, für jedes neue Messobjekt erst nach dem Verfahren (6) ein Vergleichsobjekt zu konstruieren. Um diese Arbeit einzusparen, stellt man sich ein in äquidistante Skalenstriche unterteiltes Zifferblatt her, wobei die Skalenabstände eine bestimmte analoge Einheitslänge verkörpern. Der obigen Vergleichslänge entspricht dann die Anzahl der Skalenteile, die der Zeiger während des Messvorgangs überstrich.

Ablesen

Die Loslösung vom empirischen Bereich erfolgt durch Ablesen; das Ergebnis ist ein numerischer Wert oder ein qualitativer Ausdruck, der durch seine sprachliche Darstellung allgemein verfügbar wird. Es handelt sich um eine stets auf fundamentale Messgrößen bezogene Analog-Digital-

Umwandlung. Die hierfür notwendige Kopplung zwischen Messgerät und Beobachter ist jedoch — im Gegensatz zu der zwischen Messobjekt und Messgerät — nur sehr lose, so dass die beim Ablesevorgang auftretenden Wechselwirkungen vernachlässigt werden können.

Das Ableseprinzip ist stets gleich: Um die unbekannte Intensität zu ermitteln, braucht man nur noch die Zahlen n_1, n_2, \dots, n_k von der nach Beziehung (6) konstruierten Vergleichslänge bzw. die Anzahl der vom Zeiger überquerten Skalenstriche zu ermitteln. Ablesen entspricht somit dem Zählen von Einheiten; der Messwert ist daher stets ein Element aus einer *endlichen* Menge von *rationalen* Zahlen. Könnte für eine Eigenschaft eine fundamentale Metrisierung durchgeführt werden, so sind ihre Intensitäten messbar und sie kommt als potentielles Maß für andere Eigenschaften infrage.

Sei etwa $L_2 \approx 10^{-1} L_1$ und $L_3 \approx 10^{-2} L_1$, außerdem habe sich aus dem Vergleichsobjekt $n_1 = 3, n_2 = 0, n_3 = 9$ ergeben, dann lautet das zugehörige Messergebnis $3,09 L_1$; L_1 kennzeichnet die verwendete Einheit, z.B. 1m.

Abgeleitete Metrisierung

Die fundamentale Metrisierung ist ein besonders einfaches und überschaubares Digitalisierungsverfahren, doch nur wenige Eigenschaften erfüllen die für sie notwendigen Voraussetzungen. Um auch deren Intensitäten messen zu können, wandelt man sie, wie bereits erwähnt, analog in die Intensitäten eines Maßes, z.B. in einen Zeigerausschlag um. Liest man ihn ab, so erhält man allerdings nur den Wert für dessen Intensität; man möchte aber etwas über den Zustand des Messobjektes erfahren. Dazu ist eine weitere Umwandlung, nämlich die ‚Digital-Digital-Umwandlung‘ notwendig. Bei dieser Umwandlung wird der abgelesenen Wert umgerechnet in den Wert der gesuchten Größe. Die abgeleitete Metrisierung beschäftigt sich mit dem Problem, die für die Umrechnung erforderliche Funktion zu bestimmen; wir bezeichnen sie als ‚Maßfunktion‘.

Solch eine Maßfunktion kann es nur dann geben, wenn zwischen dem Maß M und der zu metrisierenden Messeigenschaft U eine Abhängigkeit besteht. Denn hätten beide Eigenschaften nichts miteinander zu tun, kann die eine auch nicht Maß für die andere sein. Sei m irgendeine Intensität von Maß M und u irgendeine Intensität der Eigenschaft U , dann ist eine Maßfunktion f

gesucht, welche beide Intensitäten miteinander verbindet; es soll also $u = f(m)$ gelten. Der Wert m lässt sich durch eine Messung bestimmen; wenn auch noch die Maßfunktion f bekannt ist, kann aus beiden u berechnet und der methodische Zirkel vom Repräsentationsansatz vermieden werden.

Die Umwandlung der analogen Intensitäten von U in analoge Intensitäten von M erfolgt über eine Messwechselwirkung, folglich beschreibt die Maßfunktion f das Ergebnis dieser Wechselwirkung und hat somit den Status eines Naturgesetzes.

Damit stehen wir offenbar erneut vor der zirkulären und daher unlösbaren Aufgabe, ein Naturgesetz durch Messungen finden zu müssen, welche die Kenntnis dieses Gesetzes bereits voraussetzen. Doch es handelt sich nur um einen scheinbaren Zirkel. Auch für die Eigenschaft U müssen zunächst per Konvention bestimmte Einheitsintensitäten u_1, u_2, \dots, u_r festgelegt werden. Über eine Analog-Analog-Umwandlung lassen sich dann die zugehörigen Intensitäten des Maßes m_1, m_2, \dots, m_r ermitteln. Auf diese Weise erhält man die Wertetabelle

u_1	m_1
u_2	m_2
...	...
u_r	m_r

Es gibt unendlich viele Funktionen, welche solch eine Wertetabelle erfüllen; genau eine davon ist das Naturgesetz, das die Messwechselwirkung beschreibt. Allein anhand der Wertetabelle kann die „richtige“ Funktion nicht ermittelt werden; welche von den möglichen Funktionen das Naturgesetz ist, bleibt daher unbekannt. Aber — und das ist ein ganz wichtiger Punkt, wenn es um die Theoriebeladenheit von Messungen geht — die Kenntnis des „wahren“ Naturgesetzes ist gar nicht erforderlich: es reicht aus, wenn man z.B. über eine Regressionsanalyse ein Funktion bestimmt, die möglichst glatt durch die Werte der Tabelle verläuft. Die Abweichungen dieser Funktion von dem „wahren“ Naturgesetz wirken sich dann als Messfehler aus; sie können das Ergebnis zwar verfälschen, aber sie können nicht zu völlig falschen Ergebnissen führen. Aufgrund der Voraussetzungen müssen sie innerhalb der erreichbaren Messgenauigkeit die quantitativen Verhältnisse richtig wiedergeben, so dass aus den Messergebnissen Erkenntnisse gewonnen werden können, die dann wiederum zu einer Verbesserung der Messtechnik beitragen und so den Weg frei machen für weitere Erkenntnisse. Nach diesem Schema hat sich die Messtechnik entwickelt.

Automatisierte Umwandlungen

Bisher waren wir davon ausgegangen, dass Messgeräte von einem menschlichen Beobachter abgelesen werden. Moderne physikalische Messgeräten, bei denen die drei Umwandlungen im Messgerät integriert sind (Abbildung 2), nehmen ihm oft diese Arbeit ab; sie liefern über ihre Digitalanzeige direkt den gewünschten Zahlenwert. Doch auch sie müssen eine Analog-Digital-Umwandlung ausführen, d.h. sie müssen mit einem sogenannten AD-Wandler ausgestattet sein, der nach dem gleichen Prinzip funktioniert wie das Ablesen eines Zifferblattes. So wird z.B. beim Bau eines Voltmeter eine bestimmte Anzahl von Spannungsstufen festgelegt; sie entsprechen den Strichen auf einer Skala. Beim Messen wird gezählt, wieviele dieser Stufen durchlaufen werden müssen bis die anliegende Spannung erreicht ist. Die Anzahl der durchlaufenen Stufen liefert den gewünschten Messwert, der Abstand der Stufen definiert (wie der Abstand der Skalenstriche) die Auflösung des Messgerätes, d.h. seine konstruktionsbedingte maximal erreichbare Messgenauigkeit.

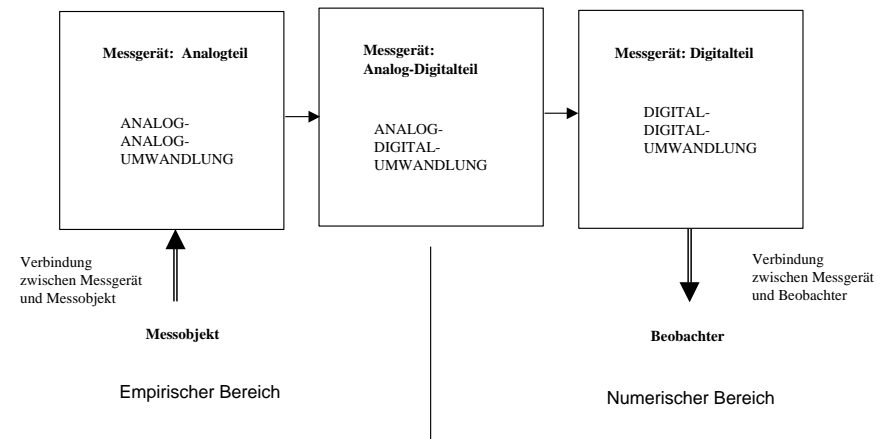


Abbildung 2: Schematischer Aufbau eines physikalischen Messgerätes mit einer im Digitalteil integrierten Maßfunktion. Dadurch ist es möglich den gesuchten Messwert direkt von einer Digitalanzeige abzulesen.

Skalentyp und Maßfunktion

Die Eigenschaften der Maßfunktion bestimmen den Skalentyp. Ist sie z.B. eine durch den Nullpunkt gehende lineare Funktion, so handelt es sich um die sogenannte Proportionalskala. In der umfangreichen Literatur über Skalentypen wird oft die Ansicht vertreten, man könne den Skalentyp wählen und es gäbe nur die vier oder fünf beschriebenen Typen. In Wirklichkeit kann man aber nur die Messwechselwirkung und mit ihr das Messverfahren wählen; der Skalentyp liegt dann fest, denn er hängt von der die Messwechselwirkung beschreibenden Maßfunktion ab. Außerdem gibt es unendlich viele Maßfunktionen und somit auch unendlich viele Skalentypen, denn aus Gründen der Eindeutigkeit müssen die Maßfunktionen im Messbereich streng monoton sein, aber außer dieser Einschränkung können sie einen beliebigen Verlauf haben.

Metrisierung und Repräsentation

Nach der auf LEIBNIZ zurückgehenden Darstellungstheorie wird ein empirischer Sachverhalt in mathematischer Sprache erfasst, „wenn die Beziehungen zwischen den Dingen den Beziehungen zwischen den Zeichen entsprechen“. Auf dieser Einsicht beruht der Repräsentationsansatz; er fordert eine Äquivalenz zwischen mathematischer Struktur $S_{mat} = \langle \mathbb{W}, \geq, + \rangle$ und empirischer Struktur $S_{emp} = \langle \mathbb{A}, \succeq, \oplus \rangle$. Dabei ist \mathbb{W} eine Menge von mathematischen Objekten, \geq eine Größer-Gleich-Relation und $+$ eine Additionsoperation; \mathbb{A} , \succeq und \oplus sind die entsprechenden empirischen Entitäten.

Jede mathematische Struktur lässt sich durch bestimmte Axiome charakterisieren; die beiden obigen Strukturen sind äquivalent, wenn die empirische Struktur die Axiome der mathematischen erfüllt. Da die empirische Struktur bei einem gegebenen Messverfahren festliegt, besteht das Repräsentationsproblem zum einen darin, sie experimentell zu bestätigen und zum anderen eine ihr äquivalente mathematische Struktur zu finden. Konnte der Äquivalenznachweis erbracht werden, so darf man (allerdings nur unter Vernachlässigung der Messfehler) die Eigenschaften der mathematischen Struktur auf die der empirischen übertragen; das ist z.B. wichtig bei der statistischen Auswertung der Messergebnisse.

Auf den ersten Blick scheint viel für diesen Repräsentationsansatz zu sprechen. Tatsächlich ist er aber nur für fundamentale Messgrößen durchführbar. In allen anderen Fällen wandelt man, wie wir gezeigt haben, die Intensität der gesuchten Messgröße über eine Wechselwirkung analog in die Intensität einer fundamentalen um; diese wird gemessen und über die Maßfunktion in die gesuchte Intensität umgerechnet.

An die Maßfunktion ist nur eine einzige Bedingung geknüpft: sie muss im Messbereich einen streng monotonen Verlauf haben. Ist dies der Fall, so ergeben sich allein aus ihren mathematischen Eigenschaften alle für die statistische Auswertung der Messwerte erforderlichen Informationen. Die zahllosen, zum Teil sehr diffizilen, nicht auf fundamentale Messgrößen bezogenen mathematischen Beweise der verschiedenen Repräsentationstheoreme erweisen sich als ziemlich fragwürdig, weil sie sich auf empirische Relationen beziehen, die nur über eine Maßfunktion zugänglich sind. Mit diesem Ansatz lässt sich der methodische Zirkel nicht umgehen.

Im Prinzip würde eine einzige fundamentale Messgröße ausreichen, sofern es möglich ist, über entsprechende Messwechselwirkungen alle anderen Größen auf sie zurückzuführen. In der Physik ist man diesem Ideal ziemlich nahegekommen, denn es gelang, viele physikalische Eigenschaften über Zeigermessinstrumente auf Längen zurückzuführen, so dass damit die empirische Überprüfung von Axiomensystemen überflüssig wird. Dies ist einer der Gründe, warum die Repräsentationstheorie keinerlei Einfluss auf die physikalische Messpraxis ausüben konnte.

4.3 Fehlerrechnung

Nach der Digital-Digital-Umwandlung, also nach dem Ablesen des Messgerätes, ist der eigentliche Messvorgang abgeschlossen. Da aber, von ganz speziellen Ausnahmen abgesehen, jede Messung nur mit einer endlichen Genauigkeit erfolgen kann, da also bei jeder Messung mehr oder weniger große Fehler gemacht werden, muss abschließend noch eine Auswertung der Messergebnisse mit Hilfe der Fehlerrechnung vorgenommen werden: Aus den fehlerbehafteten Messwerten ist der wahre Wert abzuschätzen, außerdem wird eine Angabe über die Genauigkeit dieser Abschätzung benötigt. Erst danach endet ein Messvorhaben.

Die Fehlerrechnung liefert die methodischen Grundlagen für solch eine Abschätzung. Darüber hinaus beschäftigt sie sich noch mit der Fehlerfortpflanzung, die entsteht, wenn man mit fehlerbehafteten Größen rechnet sowie mit der Ausgleichsrechnung, bei der es um den Ausgleich sich widersprechender Messergebnisse geht.⁵⁷ Wir beschränken uns hier auf die Abschätzung des wahren Wertes und die seines Fehlers.

Die Fehlerrechnung hängt davon ab, durch welche mathematische Größe ein Messwert dargestellt wird. Es gibt zwei unterschiedliche Strategien; bei der einen drückt man einen Messwert als Zahl, bei der anderen als Intervall aus.

Zahlansatz

Bei Zahlmesswerten wird versucht, die Intensität einer Messeigenschaft so genau wie möglich zu bestimmen. Sei x_l solch ein Messwert, dann geht man davon aus, dass er sich aus dem wahren Wert x_0 und dem Messfehler δx_l additiv gemäß

$$x_l = x_0 + \delta x_l$$

zusammensetzt. Den wahren Wert möchte man ermitteln, erhalten hat man jedoch nur den Messwert x_l , aus dem sich aber keine Informationen über x_0 bzw. δx_l gewinnen lassen. Man wiederholt daher die Messungen unter gleichbleibenden Versuchsbedingungen und bekommt etwa

$$x_2 = x_0 + \delta x_2, \dots, x_N = x_0 + \delta x_N.$$

Aufgrund der unveränderten Versuchsbedingungen darf man annehmen, dass zu allen Gleichungen der gleiche wahre Wert x_0 gehört. Die Werte x_1, x_2, \dots, x_N bezeichnet man als ‚Messreihe‘. Es gibt nun verschiedene statistische Verfahren, mit denen man den wahren Wert aus solch einer Messreihe abschätzen kann; das bekannteste ist die Bildung des arithmetischen Mittels

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n = x_0 + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \delta x_n = x_0 + \delta \bar{x}.$$

Es hat den gleichen Aufbau wie die Einzelmesswerte, man erwartet aber, dass sein (ebenfalls unbekannt bleibender) Fehler $\delta \bar{x}$ deutlich kleiner ausfällt als die bei den Messwerten auftre-

tenden Fehler. Hierbei handelt es sich jedoch lediglich um eine Annahme, die nur dann gerechtfertigt ist, wenn gleich große positive und negative Fehler gleich häufig auftreten. Unter dieser Voraussetzung ist

$$\delta \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \delta x_n \approx 0.$$

Für andere Mittelungsverfahren gelten andere, teils weniger strenge Anforderungen an die Verteilung der Fehler $\delta x_1, \delta x_2, \dots, \delta x_N$.

Um entscheiden zu können, ob die Anforderungen erfüllt sind, muss die zugehörige Verteilungsfunktion bekannt sein. Doch woher kennt man sie? Bestimmen lässt sie sich aus den Messwerten nicht, denn dazu müsste man den gesuchten wahren Wert kennen; wäre er jedoch bekannt, erübrigten sich alle Fehlerbetrachtungen. Man ist also gezwungen, eine bestimmte Verteilungsfunktion zu postulieren, in der Hoffnung, dass sie auch tatsächlich auf die Messfehler zutrifft. Zwar gibt es statistische Tests, mit denen man Messwerte z.B. auf Normalverteilung prüfen kann, aber solche Tests sagen immer nur aus, dass mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit die fragliche Verteilung vorliegt; Sicherheit geben sie nicht. Für bestimmte Anwendungen eignet sich daher der Zahlansatz für Messwerte nicht; hier erweist sich die Abhängigkeit von einer Fehlerverteilung als Nachteil.

Intervallansatz

Als Alternative bietet sich die auf Intervallmesswerten beruhende verteilungsfreie Fehlerrechnung an. Anstelle einen Zahlenwert zu ermitteln, der möglichst dicht am wahren Wert liegt, wird bei der Intervallmethode eine möglichst gute untere und obere Schranke für diesen Wert anzugeben versucht; sie definieren die Intervallgrenzen eines Messwertes. Sei

$$\mathbb{I}_1 = [a_1, b_1], \dots, \mathbb{I}_N = [a_N, b_N]$$

eine aus Intervallmesswerten bestehende Messreihe. Unter der Voraussetzung, dass der wahre Wert jeweils im Inneren der Messwertintervalle liegt – an welcher Stelle dort ist gleichgültig – definieren die Längen der Intervalle

$$l_n = b_n - a_n$$

⁵⁷ CZUBER (1891): *Theorie der Beobachtungsfehler*; HARDTWIG (1968): *Fehler- und Ausgleichsrechnung*.

ein direktes Fehlermaß: Da ein Messwert durch zwei Werte charakterisiert wird, besteht jetzt die Möglichkeit, über ihn selbst eine Genauigkeitsangabe mitzuliefern. Liegt der gesuchte wahre Wert stets im Inneren der Intervalle einer Messreihe, dann ist der mengentheoretische Durchschnitt

$$\bar{\mathbb{I}} = \bigcap_{n=1}^N \mathbb{I}_n = [\bar{a}, \bar{b}]$$

der Mittelwert dieser Reihe. Da mit seiner Länge bereits ein absolutes Fehlermaß zur Verfügung steht, ist eine Fehlerabschätzung für ihn nicht erforderlich. Es gilt stets $\bar{l} = \bar{b} - \bar{a} \leq l_n$, $n = 1, 2, \dots, N$, d.h. der Mittelwert ist stets genauer, mindestens aber gleich genau wie der genaueste Messwert in der Messreihe. Auch für die Fehlerfortpflanzung ist beim Intervallansatz kein besonderes Verfahren nötig, denn man kann sie auf die Intervallarithmetik zurückführen.⁵⁸

Vergleich der beiden Ansätze

Während bei der Mittelung von Zahlmesswerten die Fehlerverteilung bekannt sein muss, beruht die Intervallmittelung auf der Voraussetzung, dass bei allen Messwerten der wahre Wert im Intervallinneren liegt. Zwar kann man durch Vergrößerung der Intervalllängen einen beliebig großen Sicherheitsspielraum einräumen und damit stets die Erfüllung der Voraussetzung erzwingen, aber dann werden die Messwerte immer uninformativer. Man wird deshalb ihre Längen so klein wie möglich halten und sich so der Gefahr aussetzen, dass die Voraussetzung in einigen Fällen nicht mehr gilt. Sie ist für Intervalle zwar weniger problematisch als für die Mittelung von Zahlen, die eine Fehlerverteilungsfunktion erfordert, aber auch hier ist kein allgemeiner Beweis möglich. Doch wenn sich ein leerer Durchschnitt ergibt, steht fest, dass die Voraussetzung verletzt ist, d.h. der wahre Wert muss aus mindestens einem Intervall herausfallen.

Beide Fehlertheorien behandeln die gleiche Problematik; der Intervallansatz ist aus wissenschaftstheoretischen Gründen methodisch zu bevorzugen, er wird jedoch kaum angewendet. In der Praxis dominiert der Zahlansatz, der sogar in der DIN-Norm 001319 Teil 4 festgeschrieben

wurde.⁵⁹ Er führt zu gleichguten Ergebnissen wie der Intervallansatz, wenn die zugrundegelegte Verteilungsfunktion zutrifft; er versagt jedoch, wenn die Messfehler sich anders verteilen. Letzteres ist oft bei nichtphysikalischen Messungen der Fall. Eine unzulässige Verteilung wird besonders häufig bei solchen Messungen zugrundegelegt, die von einem Rechner ausgeführt werden, z.B. bei der Bestimmung einer Wellendauer in einem Biosignal. Vermutlich ist man sich nicht bewusst, dass es sich auch bei solchen Verfahren um Messungen handelt.

4.4 Interpretation der Messergebnisse

Nachdem die mit Genauigkeitsabschätzungen versehenen Messwerte zur Verfügung stehen, ist zwar der eigentliche Messvorgang abgeschlossen, aber nun stellt sich das Problem, wie man sie sinnvoll weiterverwenden kann. Korrekte Messwerte stellen Fakten dar, aber mit reinen Fakten kann man wenig anfangen; ihren Wert erhalten sie erst, wenn sie mit allgemeinem Wissen in Verbindung gebracht werden. Wir bezeichnen letzteres als ‚Interpretation‘. Es lassen sich grob zwei verschiedene Anlässe für eine Interpretation von Messwerten unterscheiden: Der erste betrifft die Anwendung, der zweite das Verständnis der Messwerte. Wir erläutern sie an jeweils einem Beispiel.

Interpretation für Anwendungszwecke

Angenommen man wollte herausfinden, ob eine Schrankwand von der Höhe her in ein Zimmer passt. Zu diesem Zweck würde man zu Hause die Zimmerhöhe und im Möbelhaus die Höhe der Schrankwand messen. Doch die beiden Messwerten allein nützen wenig; um herauszubekommen, was man eigentlich durch sie erfahren möchte, muss man sie in die folgende, etwas verkürzte Schlussfolgerung einbeziehen:

P1 Wenn Objekt A höher ist als Objekt B, kann man das Objekt B in das Objekt A hineinstellen.

⁵⁸ Siehe z.B. ALEFELD & HERZBERGER (1974): *Einführung in die Intervallrechnung*.

⁵⁹ Siehe hierzu auch: International Organization for Standardization (1995): *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*; Deutsch: *Leitfaden für die Angabe der Unsicherheit beim Messen*.

- P₂ Ein Objekt ändert seine Höhe nicht, wenn es von einem Ort zum anderen transportiert wird.
- P₃ Das Zimmer A ist höher als die Schrankwand B.
-
- K Also passt die Schrankwand B in das Zimmer A.

K ist die Konklusion; die Prämisse P₃ enthält das Messergebnis. Die stets stillschweigend vorausgesetzten Prämissen P₁ und P₂ repräsentieren Alltagswissen.

Im Alltag „folgt“ man K direkt aus der Prämisse P₃; die Gültigkeit von P₁ und P₂ gilt als etwas so Selbstverständliches, dass diese Prämissen gar nicht ernsthaft in Betracht gezogen werden. Für das Alltägliche reichen solche unvollständigen Schlussfolgerungen meistens aus, bei wissenschaftlichen Fragestellungen sind sie jedoch unzulässig. Dennoch findet man in Fachartikeln praktisch keine den logischen Regeln entsprechenden Schlussfolgerungen; bemerkenswert dabei ist, dass kaum jemand daran Anstoß nimmt, im Gegenteil: Obwohl unvollständige Schlussfolgerungen streng genommen gar nicht verständlich sein können, werden ihre vermeintlichen Folgerungen weitgehend akzeptiert. Offenbar greift hier ein Automatismus, dessen Wirksamkeit uns unbewusst bleibt: Wir ergänzen automatisch die fehlenden Prämissen gedanklich aus unserem Wissen, so dass uns solche Folgerungen am Ende schlüssig erscheinen. Damit interpretieren wir ungewollt etwas in die Messergebnisse hinein, was nicht in ihnen, sondern nur in unserem Wissen enthalten ist, gleichwohl haben wir das Gefühl, die Folgerungen seien „logisch“ und ergäben sich allein aus den Messergebnissen. Betrachten wir hierzu ein Beispiel:

In der Philosophie sorgten in jüngster Zeit neurophysiologische Experimente⁶⁰ für Aufregung, weil aus ihnen zu folgen scheint, dass Menschen über keinen freien Willen verfügten. Wir verzichten hier auf Einzelheiten und beschränken uns auf ein Ergebnis von LIBET. In der Literatur findet man etwa folgende Argumentationsstruktur:

- P₁ Liegt ein Ereignis A zeitlich vor einem anderen Ereignis B, so kann Ereignis A nicht von Ereignis B veranlasst worden sein.

⁶⁰ Z.B. von LIBET (1985): *Unconscious cerebral initiative and the role of conscious will in voluntary action*; HAGGARD & EIMER (1999): *On the relation between brain potentials and the awareness of voluntary movements*.

- P₂ Das Bereitschaftspotential erscheint einige 100 ms früher als der Tastendruck der Versuchspersonen, mit dem sie anzeigen, dass sie sich bewusst für eine Handlung entschieden haben.
-
- K Menschen verfügen über keinen freien Willen.

Dieser Schluss ist ohne zusätzliche Prämissen nicht nachvollziehbar. Es fehlt zunächst die Verbindung zwischen dem experimentell beobachteten Bereitschaftspotential und dem Ausführen einer bewusst gewollten Handlung. Die Lücke ließe sich etwa durch folgende Prämissen schließen:

- P₃ Bevor eine Handlung ausgeführt werden kann, muss stets ein Bereitschaftspotential aktiviert werden.
- P₄ Ein Bereitschaftspotential gehört genau dann zu einer Handlung, wenn es kurz vor ihrer Ausführung erscheint.
- P₅ Beim Abwägen einer Handlung und bei anderen bewussten Überlegungen entsteht kein Bereitschaftspotential.
- P₆ Bereitschaftspotentiale werden „vom Gehirn“ und nicht vom Bewusstsein der Versuchspersonen ausgelöst.
- P₇ Was die Versuchspersonen als bewusste Handlungsabsicht wahrnehmen, ist lediglich die Wirkung des Bereitschaftspotentials.

Weiter bezieht sich die obige Konklusion nicht etwa bloß auf die Versuchspersonen, sondern auf alle Menschen. Es fehlt also noch der Brückenschlag von wenigen ausgewählten Personen zu den Menschen insgesamt:

- P₈ Die Handlungen, für die sich die Versuchspersonen in den Experimenten entscheiden mussten, sind repräsentativ für alle bewusste Handlungen.
- P₉ Die bei den Versuchspersonen beobachteten Phänomene treffen auf alle Menschen zu.

Aus diesen Prämissen lässt sich dann in der Tat etwa folgendes schließen: Zu dem Zeitpunkt, zu dem eine Versuchsperson meint, sich bewusst für eine Handlung entschieden zu haben, hat ihr Gehirn bereits längst mit der Ausführung dieser Handlung begonnen; von einem freien Willen kann daher keine Rede sein.

Ein Schluss ist nur dann logisch gültig, wenn alle für die Aufgabe relevanten Prämissen wahr sind. Man darf bezweifeln, ob das wirklich auf die oben genannten Prämissen zutrifft. Das Beispiel zeigt, dass eine auf den ersten Blick schlüssige Folgerung sich bei genauerer Analyse als falsch erweisen kann: Die Anwendung von Messergebnissen ist zwangsläufig mit Interpretationen verbunden, aber diese dürfen nicht ins Belieben jedes Einzelnen gestellt bleiben, sie müssen vielmehr auf gesichertem Wissen aufbauen und nach bestimmten Regeln ausgeführt werden. Eine korrekte Interpretation der LIBET Experimente erfordert eine allgemein anerkannte Theorie der kognitive Vorgänge, aus der klar die Rolle des Bereitschaftspotentials hervorgeht. Eine solche Theorie scheint es offenbar nicht zu geben, folglich muss jede, auf persönlichen Vorstellungen beruhende Interpretation als mehr oder weniger willkürlich angesehen werden. Solange also die Interpretation von neurophysiologischen Experimenten auf solch wackligen Füßen steht, gibt es keinen Grund, im Strafrecht das Prinzip der Schuldfähigkeit aufzugeben.⁶¹

Interpretationen zum Verständnis der Messwerte

Der zweite Anlass zu einer Interpretation hängt mit den Messwechselwirkungen zusammen: Um etwas über ein Messobjekt in Erfahrung bringen zu können, muss es entweder von sich aus oder aufgrund eines vorausgegangenen Eingriffs Informationen liefern; in beiden Fällen verändert sich dabei das Messobjekt. Wenn nun die Veränderungen von der gleichen Größenordnung sind wie die Intensitäten, die man bestimmen möchte, bleibt unklar, in welchem Zustand sich das Messobjekt nach der Messung befindet; das Messergebnis bezieht sich lediglich auf den Zeitpunkt der Messung. Streng genommen weiß man noch nicht einmal, welchen Wechselwirkungszustand man gemessen hat, denn auch darüber gibt die Messung keine Auskunft. Kennt man jedoch die sich bei der Messung abspielenden Vorgänge, so kann man Rückschlüsse darüber ziehen, wie die Messwerte einzuordnen und zu bewerten sind. Dies zeigt, wie wichtig das Verständnis aller bei einer Messung beteiligten Vorgänge ist. Solche Rückschlüsse sind nichts anderes als Schlussfolgerungen; wir haben es hier also ebenfalls mit Interpretationen zu tun.

Eine der folgenreichsten Interpretationsbemühungen dieser Art – zumindest was die Menge an bedrucktem Papier angeht – fand in der Physik statt; gemeint ist die sogenannte Interpretation

der Quantenmechanik. Schon der Name ist irreführend, denn nicht die Quantenmechanik selbst, sondern nur die Messergebnisse von irgendeinem Paar kanonisch konjugierter Messgrößen p und q fordern zu einer Interpretation heraus, denn für sie gilt die sogenannte HEISENBERG Unschärferelation

$$\Delta p \cdot \Delta q \geq \frac{h}{4\pi}, \quad h \text{ ist das PLANCK Wirkungsquantum.}$$

Problematisch an der Unschärferelation ist das Wort ‚Unschärfe‘; was ist damit gemeint? Die verschiedenen Antworten, die auf diese Frage gegeben wurden, beruhen unter anderem auf der folgenden Prämisse:

P_{QM} Die durch die Unvollkommenheiten der (makroskopischen) Messinstrumente bedingten Unbestimmtheiten sind grundsätzlich vermeidbar.⁶²

D.h. die Genauigkeit von Messgeräten kann beliebig gesteigert werden. Hiergegen, so argumentiert MITTELSTAEDT, ist vonseiten der klassischen Mechanik „insofern nichts einzuwenden, als in dieser Theorie keine Naturgesetze auftreten, die der Messgenauigkeit eine objektive, vom Beobachter unabhängige obere Schranken setzen würden“⁶³ – im Gegensatz zur Quantenmechanik, so muss man ergänzen, wo die Unschärferelation solche Schranken festlegt.

Die auch von zahlreichen anderen Physiker geteilte Auffassung von MITTELSTAEDT setzt stillschweigend voraus, dass die Naturgesetze der klassischen Mechanik die einzigen Gesetze sind, von denen eine Beschränkung der Messgenauigkeit zu erwarten wäre. Das ist jedoch nicht der Fall: Diese Gesetze gehen zwar in die Messgeräte mit ein, aber ihr Bau unterliegt zusätzlichen, nicht in den physikalischen Theorien behandelten technischen Beschränkungen. So kann man ein Messgerät nicht beliebig klein bauen, doch nur dann wäre eine beliebig genaue Messung möglich: Versuchte man z.B. die Zeigerbreite gegen Null gehen zu lassen, wird man bald feststellen, dass am Ende kein Zeiger mehr da ist. Prämisse P_{QM} ist somit falsch und damit auch alle aus ihr abgeleiteten Folgerungen: Auch in der klassischen Physik lassen sich Messfehler grundsätzlich nicht vermeiden.

⁶¹ Das wird z.B. ernsthaft in Erwägung gezogen von ROTH (2004): *Das Problem der Willensfreiheit*, p. 21.

⁶² So z.B. SÜSSMANN (1958): *Über den Meßvorgang*, p. 14.

⁶³ MITTELSTAEDT (1972): *Philosophische Probleme der modernen Physik*, p. 99f.

Die Prämisse P_{QM} ist offenbar nur deshalb zu einem Grundsatz der theoretischen Physik geworden, weil dort die Fehlertheorie unbeachtet blieb. Es überrascht daher nicht, den Begriff ‚Messfehler‘ weder in den physikalischen Theorien noch in den Arbeiten über den quantenmechanischen Messprozess als Grundbegriff zu finden. Dies gilt insbesondere für die zahlreichen, speziell zur Deutung der Unschärferelation erdachten Gedankenexperimenten. Die Vernachlässigung der Fehlerthematik hat wohl auch die völlig überflüssige Subjektivismusdebatte verschuldet: Messfehler bedingen immer eine Unkenntnis, denn durch sie wird jeder „Beobachter“ in Unkenntnis über den wahren Wert der Messgröße gelassen, aber es besteht kein Grund, durch Formulierung wie „Wahrscheinlichkeiten sind ... Aussagen über das Wissen des Subjekts vom Objekt“⁶⁴ daraus eine subjektive Eigenschaft zu machen.

Statt von Messfehlern spricht man in der Physik von Unbestimmtheit, Ungenauigkeit und eben auch von Unschärfe. Was ist aber unter einer Unschärfe zu verstehen? Unterscheidet sie sich von einem Messfehler? Wenn ja wodurch? Die verschiedenen Deutungen der Unschärferelation geben auf diese Fragen keine klare Antwort. Vielmehr sind sie durch eine schwankende Haltung zwischen Unschärfe als Messfehler und Unschärfe als physikalischem Phänomen gekennzeichnet.

So legen die Gedankenexperimente der traditionellen Deutung nahe, unter einer Unschärfe die Auswirkung der Messwechselwirkung zu verstehen.⁶⁵ Will man etwa den Ort eines Elektrons durch einen Lichtquant bestimmen, so erfährt dieses Elektron durch den Lichtquant einen COMPTON Rückstoß, der den Impuls verändert. Da es sich hierbei um physikalische Vorgänge handelt, müssten die Unschärfen Δp und Δq selbst beobachtbare physikalische Größen und als solche messbar sein. Die HEISENBERG Unschärferelation wäre dann ein physikalisches Gesetz, das – wie nicht anders zu erwarten – eine Aussage über physikalische Größen macht.

Andererseits wird aber auch behauptet, die Unschärferelation besage nicht, p oder q seien nicht exakt bestimmbar, sondern nur, p und q könnten niemals *gleichzeitig* exakt bestimmt werden, denn sei etwa p exakt gemessen worden, dann ist $\Delta p = 0$ und q nach der Unschärferelation völlig unbestimmt.⁶⁶ Für Messgrößen, die kein kanonisches Paar bilden, gilt die Unschär-

ferelation nicht, folglich sind auch sie exakt bestimmbar. In diesen beiden Behauptungen, die überhaupt nur bei Geltung der Prämisse P_{QM} verständlich sind, werden jetzt die Unschärfen nicht wie physikalische Größen, sondern wie Messfehler behandelt, d.h. man denkt sich das Messergebnis dargestellt etwa in der Form $p \pm \Delta p$. Unter einer exakten Messung von p ist somit ein $\Delta p = 0$ zu verstehen, und daraus folgt dann für das gleiche Objekt wegen der Unschärferelation $\Delta q \rightarrow \infty$.

Kann aber Δp (außerhalb der Gedankenexperimente) überhaupt Null sein? Verwendet man z.B. zur Ortsbestimmung eines Elektrons einen Lichtstrahl, so gilt $\Delta p \sim \lambda$, d.h. die Ortsunschärfe ist desto kleiner, je kleiner die Wellenlänge λ des bei der Messung verwendeten Lichtes ist. Um ein $\Delta p = 0$ zu erhalten, müsste man $\lambda = 0$ wählen, was sinngemäß bei Messgeräten einer Zeigerbreite Null entspricht; das ist wenig sinnvoll. Man wird deshalb bei keiner realen quantenmechanischen Messung ein $\Delta p = 0$ bzw. ein $\Delta q = 0$ erhalten. Folglich können die Unschärfen keine Messfehler sein; sie sind aber offenbar auch keine beobachtbaren physikalischen Größen: Die traditionelle Deutung kann offenkundig den Status der Unschärfen nicht erklären.

Heute wird offenbar die sogenannte Ensemble-Interpretation bevorzugt. Während die traditionelle Deutung von einzelnen Teilchen ausgeht, stützt sich die Ensemble-Interpretation auf ein Teilchenensemble.⁶⁷ Unter solch einem Ensemble wird eine gedankliche Zusammenfassung von identischen, nicht miteinander wechselwirkenden Objekten verstanden. Es handelt sich bei einem Ensemble also nicht um eine bestimmte Menge von gleichzeitig etwa als Atomwolke existierenden Teilchen, sondern um einzelne Teilchen, bei denen durch einen speziellen Präpariervorgang dafür gesorgt wird, dass sie alle die gleiche Eigenschaft besitzen. Gemeint ist z.B. ein Atomstrahl mit Atomen im gleichen Anfangszustand, der soweit ausgedünnt wurde, dass die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Atomen vernachlässigt werden kann. Der Durchgang eines solchen Atoms durch ein Messgerät liefert jeweils einen Messwert. Da nach Voraussetzung die Atome identische Eigenschaften besitzen, folgt dieses Verfahren dem klassischen Messprinzip: Eine Messung wird unter gleichen Bedingungen vielfach wiederholt. Da man die Größen p und q nicht mehr an einem Objekt, sondern an verschiedenen, aber identisch präparierten Objekten misst, vermeidet man einen Konflikt mit der Unschärferelation, so dass man für beide Größen jeweils eine Messrei-

⁶⁴ MITTELSTAEDT (1972): *Philosophische Probleme der modernen Physik*, p. 124.

⁶⁵ MITTELSTAEDT (1972): *Philosophische Probleme der modernen Physik*, p. 100f, p. 103.

⁶⁶ MITTELSTAEDT (1972): *Philosophische Probleme der modernen Physik*, p. 102. Wir übergehen hier, dass die HEISENBERG Unschärferelation *keine* Zeitangaben enthält; offensichtlich handelt es sich hierbei bereits um eine spezielle Interpretation.

⁶⁷ WIESNER & MÜLLER (1996): *Die Ensemble-Interpretation der Quantenmechanik*.

he erzeugen kann. Aus den beiden Messreihen für p und q lassen sich dann die Mittelwerte und die Standardabweichungen berechnen; letztere werden als Unschärfe interpretiert. Die zugehörige Unschärferelation erfährt dann folgende Deutung: Es ist nicht möglich, ein Ensemble von Quantenobjekten so in einen Anfangszustand zu präparieren, dass für die Standardabweichungen Δp und Δq die Ungleichung

$$\Delta p \cdot \Delta q < \frac{h}{4\pi}$$

erfüllt ist.⁶⁸

Es gilt als Vorteil der Ensemble-Interpretation, dass durch sie die Unschärferelation eine klare Bedeutung bekäme. Das ist jedoch nicht weiter verwunderlich, denn die Unschärfen Δp und Δq sind bei diesem Ansatz statistische und somit klar definierte Größen, nur bleibt jetzt unklar, welchen physikalischen Sinn sie haben. Warum interpretiert man gerade die Standardabweichung und nicht etwa die Streuung oder irgendein anderes Fehlermaß als Unschärfe? Mittelwert und Standardabweichung sind nur bei einer GAUß Verteilung sinnvolle mathematische Größen. Welches physikalische Gesetz legt solch eine Verteilung fest? Worauf bezieht sich die Verteilung?

Bei einer aus einer traditionellen Messung hervorgegangenen Messreihe

$$(7) \quad x_1 = x_0 + \delta x_0, x_2 = x_0 + \delta x_2, \dots, x_N = x_0 + \delta x_N$$

wird angenommen, dass aufgrund der gleichen Versuchsbedingungen immer der gleiche wahre Wert x_0 vorliegt und dass die Schwankungen der Messwerte durch nicht näher charakterisierte „Fehler“ zustande kommen. Mittelwert und Standardabweichung beziehen sich somit auf den wahren Wert x_0 und bei der Verteilung handelt es sich um die Fehlerverteilung, aus der entnommen werden kann, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein bestimmter *Fehler* vorkommt.

Angenommen, die Gravitationskonstante γ sei wiederholt gemessen worden und es habe sich die in Abbildung 3a gezeigte Verteilung der Messwerte um den Mittelwert $\bar{\gamma} = 6,67$ ergeben.⁶⁹

Da man davon ausgeht, dass sich während der Messungen die Gravitationskonstante nicht verändert, müssen die Unterschiede in den Messwerten durch die Messfehler bedingt sein. Zieht man daher von den Messwerten den Mittelwert ab, so bekommt man die Fehlerverteilung in Abbildung 3b.

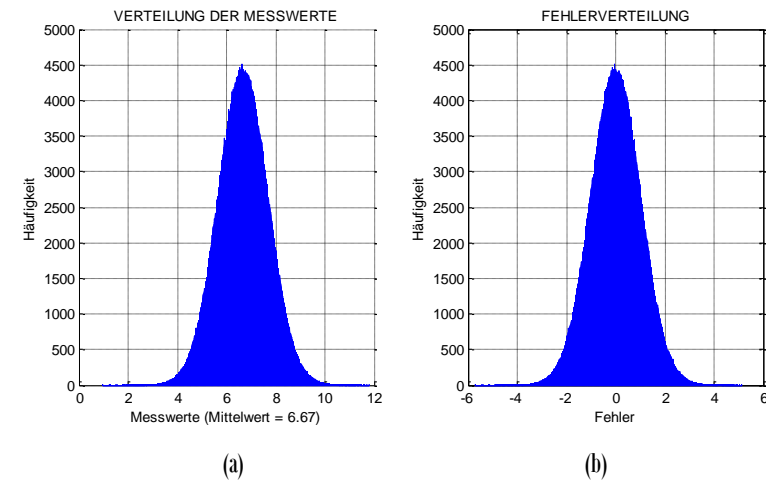


Abbildung 3: (a) Verteilung der Messwerte um den Mittelwert 6,67. Nimmt man an, dass dieser Wert in guter Näherung der gesuchte wahre Wert ist, dann müssen die Unterschiede in den Messwerten durch Messfehler entstanden sein. Subtrahiert man von allen Messwerten den Mittelwert 6,67, so ergibt sich die Fehlerverteilung (b).

Die gleichen Messwerten können aber noch aus einer anderen Sichtweise interpretiert werden: Die Messfehler gelten jetzt als vernachlässigbar klein, dafür schwankt nun der wahre Wert; die zugehörige Messreihe besitzt dann die Form

$$(8) \quad x_1 = x_0^1 + \delta x_0, x_2 = x_0^2 + \delta x_0, \dots, x_N = x_0^N + \delta x_0, \quad \delta x_0 \approx 0.$$

⁶⁸ WIESNER & MÜLLER (1996): *Die Ensemble-Interpretation der Quantenmechanik*, Internet-Version p. 7.

⁶⁹ Dieser Wert ist noch mit dem Faktor $\frac{10^{-11} \text{ m}^3}{\text{kg s}^2}$ zu multiplizieren.

Danach unterscheiden sich die Messwerte vor allem deshalb, weil der wahre Wert variiert. Da beide Sichtweisen von den gleichen Messwerten ausgehen, bleibt auch die Verteilungsfunktion in Abbildung 3a gleich, nur repräsentiert sie jetzt nicht mehr eine um den Mittelwert verschobene Fehlerverteilung, sondern (bei Vernachlässigung des Messfehlers δx_0) die Verteilung des gesuchten wahren Wertes. Für eine Ortsmessung heißt dies, man kann aus ihr ablesen, mit welcher Wahrscheinlichkeit das untersuchte Objekt an welchem Ort ist. Über Messungen allein ist es grundsätzlich nicht entscheidbar, welche der beiden Sichtweisen zutrifft.

Die Ensemble-Interpretation stützt sich auf die zweite und behandelt die Unschärfen formal wie Messfehler. Letztere sind lediglich gedachte Größen, denn sie können weder gemessen noch berechnet werden. Was man allerdings angeben kann, sind bestimmte Schätzwerte für sie, z.B. die Standardabweichungen oder Streuungen. Es handelt sich bei ihnen um statistische, auf rein rechnerischem Weg gewonnene Größen, die keine physikalische Bedeutung haben.

Doch wodurch entstehen Messfehler? Liegt keine Fehlbedienung des Messgerätes vor, so kommen für sie nur physikalische Ursachen infrage. Bei Messfehlern im herkömmlichen Sinn gibt es viele Ursachen, z.B. zufällige Umwelteinflüsse auf die Messanordnung, unvollkommene Messgeräte, zufällige Variationen bei ihrer Handhabung; sie alle betreffen jedoch nicht die Messeigenschaft selbst, d.h. sie wirken sich zwar als Störungen aus, verändern aber nicht den wahren Wert. Deswegen denkt man sich bei gleichbleibenden Versuchsbedingungen – wie in der Messreihe (7) angegeben – die Messwerte additiv zusammengesetzt aus dem wahren Wert und gewissen Fehlern.

Bei der Ensemble-Interpretation geht man ebenfalls von gleichen Versuchsbedingungen aus; eigentlich müsste daher der wahre Wert ebenfalls unverändert bleiben. Doch die herkömmlichen Messfehler werden hier als vernachlässigbar angesehen, alle Schwankungen werden gemäß der Messreihe (8) dem wahren Wert zugeschrieben; die Unschärfen müssen daher, obwohl es sich um statistische Größen handelt, physikalische Größen sein. Das ist ein Widerspruch.

Man könnte die Unschärfen als Maß dafür ansehen, wie genau es möglich ist, ein Ensemble von Objekten mit identischem Anfangszustand herzustellen. Damit würde man jedoch (gegen die Grundvoraussetzung der Ensemble-Interpretation verstoßend) zugestehen, dass solch eine Präparierung nur näherungsweise gelingt. Außerdem muss letzteres physikalische Gründe haben. Das

wirft die Frage auf, ob es nicht doch eine grundsätzliche Beschränkung gibt, die sich in irgendeiner Unschärferelation manifestiert. Doch damit hätte man jetzt das Problem auf eine andere Ebene verschoben.

Die traditionelle und die Ensemble-Deutung der Unschärferelation müssen, ebenso wie andere, hier nicht erwähnte Deutungen, als unbefriedigend angesehen werden. Sie bauen quantenmechanisch auf einer zu schmalen theoretischen Basis auf und vernachlässigen die Messtheorie, hier insbesondere die Fehlerrechnung.

Allgemeine Form von Interpretationen

Die obigen Beispiele lassen erkennen, welche große Bedeutung den Interpretationen bei der Anwendung von Messergebnis zukommt. Man kann sich nämlich bemühen, den Messfehler so klein wie möglich zu halten, aber diese ganze Mühe ist umsonst, wenn man die Ergebnisse fehlerhaft interpretiert und daraus falsche Aussagen ableitet. Solch eine Interpretation wird hier als logische Schlussfolgerung aufgefasst. Um sie ausführen zu können, ist allgemeines Wissen erforderlich, das neben den Messergebnissen als Prämisse in die Schlussfolgerung eingeht; sie hat daher die Form

Allgemeines Wissen
Messergebnisse
Konklusion

Irrtümer bei einer Interpretation ergeben sich vor allem aufgrund des sehr leichtfertigen Umgangs mit dem notwendigen allgemeinen Wissen, denn man ist sich nicht bewusst, dass man beim Interpretieren etwas schlussfolgert. Im günstigsten Fall gibt es in dem betreffenden Fachgebiet eine allgemein anerkannte Theorie, aus der es entnommen werden kann. In den Naturwissenschaften ist dies zwar weitgehend der Fall, aber es wird nur unvollständig genutzt. In Disziplinen, wo solch eine Theorie fehlt, wird meist, was eigentlich allgemeines Wissen sein sollte, durch stillschweigende Vermutungen, plausible erscheinende Hypothesen oder durch private Annahmen desjenigen ersetzt, der sich berufen fühlt, aus gewissen Messergebnissen zum Teil weitreichende Folgerungen abzuleiten. Auf diese Probleme hinzuweisen und für sie Lösungsvorschläge anzubieten, ist ebenfalls Aufgabe der Messtheorie.

5 Resümee

Die hier skizzierte Messtheorie beruht auf der Annahme, dass Messverfahren, wenn sie als wissenschaftlich gelten sollen, notwendig methodengeleitete, auf anerkannten Prinzipien beruhende Vorgehensweisen sein müssen. Ziel ist es, zu reproduzierbaren und eindeutigen Messergebnissen zu kommen. Von diesen Prinzipien ausgehend ist eine Messtheorie zu entwickeln, in der die gesamte Messproblematik in systematischer Form dargestellt ist, d.h. die Messtheorie muss trotz erheblicher Unterschiede im einzelnen für alle Arten von Messungen gelten, sowohl für die qualitativen als auch für die quantitativen. Ihr muss man daher entnehmen können, was man machen muss, um solche Ergebnisse zu erhalten und wie man vorzugehen hat, wenn man ein neues Messvorhaben verwirklichen will; sie muss Kriterien für die Zulässigkeit von Messverfahren zur Verfügung stellen und eine Bewertung der Messergebnisse ermöglichen.

Ausgangspunkt für eine Messtheorie ist die Forderung, dass Messergebnisse sowohl reproduzierbar als auch eindeutig sein müssen; um sie zu erfüllen, bedarf es eines Messwerkzeugs und damit einer Aufteilung in wenigstens drei unterschiedliche Systeme; daraus folgen dann alle weiteren Konsequenzen. Der Aufbau der Messtheorie ergibt sich aus den folgenden vier verhältnismäßig unabhängigen Arbeitsgängen bei der Realisierung eines Messvorhabens:

- (1) Methoden zum Entwurf eines geeigneten Messverfahrens,
- (2) Realisierung des Messverfahrens,
- (3) Auswertung der Messergebnisse und
- (4) Interpretation der Messergebnisse.

Diesen Arbeitsgängen entsprechend unterscheiden wir vier Teilthemen: die *Messwechselwirkungen* betreffen die Vorgängen beim Messen; die *Metrisierung* hat die Gewinnung und sprachliche Darstellung von empirischen Größen zum Gegenstand; die *Fehlerrechnung* behandelt den Umgang mit fehlerbehafteten Größen und gibt an, wie aus mehreren fehlerbehafteten gleichwertigen Messwerten der gesuchte wahre Wert - das Endergebnis einer Messung - geschätzt werden kann; bei der *Interpretation* von Messergebnissen schließlich werden die durch die Messung erworbenen Fakten mit einer Wissensbasis in Verbindung gebracht und daraus Schlussfolgerungen gezogen. Diese vier Themen werden in getrennten Beiträgen behandelt mit dem Ziel, die Grundzüge einer einheitlichen Messtheorie darzustellen.

Im Rahmen einer Messtheorie würde es zu weit führen, ausführlich auf konkrete Anwendungen einzugehen oder sich kritisch mit fragwürdigen wissenschaftstheoretischen Thesen oder mit Messvorhaben auseinanderzusetzen, die gegen die Messprinzipien verstoßen. Auch diese Themen bleiben getrennten Beiträgen vorbehalten, von denen bereits die folgenden verfügbar sind:

Ein Beispiel für die Anwendung der Intervallfehlertheorie findet sich in „Measurements with Noise-Induced Biosignals“,⁷⁰ der Beitrag „Desorientierung durch falsche Maße“ setzt sich mit dem unkritischen Umgang mit Maßen und dessen Folgen auseinander.⁷¹

⁷⁰ Verfügbar unter <http://www.peterjaenecke.de/biosignalanalyse.html>.

⁷¹ Verfügbar unter <http://www.peterjaenecke.de/soziologie.html>.

6 Literatur

- ADAM, MATTHIAS (2002): *Theoriebeladenheit und Objektivität. Zur Rolle von Beobachtungen in den Naturwissenschaften*. Ontos-Verlag, Frankfurt/Main und London 2002.
- ALEFELD, GÖTZ & HERZBERGER, JÜRGEN (1974): *Einführung in die Intervallrechnung*. Bibliographisches Institut, Mannheim/Wien/Zürich 1974.
- BALZER, WOLFGANG (1985): *Theorie und Messung*. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg/New York/Tokyo 1985.
- BARTELS, ANREAS & STÖCKLER, MANFRED [Hrsg.] (2007): *Wissenschaftstheorie. Ein Studienbuch*. Mentis Verlag, Paderborn 2007.
- BAXT, N. (1871): Ueber die Zeit, welche nöthig ist, damit ein Gesichtseindruck zum Bewusstsein kommt und über die Größe (Extension) der bewussten Wahrnehmung bei einem Gesichtseindrucke von gegebener Dauer. *Pflüger's Archiv für die gesamte Physiologie des Menschen und der Tiere* 4, 1871, p. 325-336.
- BEISBART, CLAUS (2007): Besprechung von MATTHIAS ADAM (2002): *Theoriebeladenheit und Objektivität* : *Journal for General Philosophy of Science*, 38, Heft 1, 2007, p. 193-200.
- BERKA, KAREL (1983): *Measurement. Its Concepts, Theory and Problems*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht/Boston/London 1983.
- BÜCHEL WOLFGANG (1965): *Philosophische Probleme der Physik*. Verlag Herder, Freiburg, 1965.
- BUNGE, MARIO (1967): *Scientific Research II: The search for Truth*. Berlin, Heidelberg, New York 1967, 194-250.
- CAMPBELL, N. R. (1920): *Physics: The Elements*. University Press, Cambridge 1920.
- CAMPBELL, N. R. (1928): *An account of the principles of measurement and calculation*.
- CARNAP, RUDOLF (1974): *Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaft*. Nymphenburger Verlagshandlung, München 1974.
- CARRIER, MARTIN (2006): *Wissenschaftstheorie zur Einführung*. Junius-Verlag, Hamburg 2006.
- CZUBER, EMANUEL (1891): *Theorie der Beobachtungsfehler*. Leipzig 1891.
- DETEL, WOLFGANG (2007): *Grundkurs Philosophie Band 4: Erkenntnis- und Wissenschaftstheorie*. Philip Reclam jun., Stuttgart 2007.
- DINGLER, HUGO (1952): *Über die Geschichte und das Wesen des Experimentes*. Eidos-Verlag, München, 1952.
- ESSLER, WILHELM K. (1971): *Wissenschaftstheorie II. Theorie und Erfahrung*, Freiburg/München 1971.
- EXNER, SIGMUND (1875): Experimentelle Untersuchungen der einfachsten psychischen Prozesse. *Pflüger's Archiv für die gesamte Physiologie des Menschen und der Tiere*, 11, 1875, p. 403-432.
- FECHNER, GUSTAV THEODOR (1860): *Elemente der Psychophysik*. Breitkopf & Härtel, Leipzig 1860.
- FECHNER, GUSTAV THEODOR (1882): *Revision der Hauptpunkte der Psychophysik*. Breitkopf & Härtel, Leipzig 1882.
- FERTIG, HERMANN (1977): *Modelltheorie der Messung*. Duncker & Humblot Verlag, Berlin, 1977.
- FLICK, UWE (2000): *Qualitative Forschung. Theorie, Methoden, Anwendungen in Psychologie und Sozialwissenschaften*. Rowohlt Taschenbuch Verlag, Reinbek bei Hamburg, 2000.
- FLICK et al. (2000): UWE FLICK, ERNST VON KARDOFF & INES STEINKE (Hrsg.): *Qualitative Forschung. Ein Handbuch*. Rowohlt Taschenbuch Verlag, Reinbek bei Hamburg, 2000.
- FREY, GERHARD (1965): *Erkenntnis der Wirklichkeit. Philosophische Folgerungen der modernen Naturwissenschaften*. Kohlhammer Verlag, Stuttgart/Berlin/Köln/Mainz, 1965.
- FREY, GERHARD (1967): *Die Mathematisierung der Welt*. Kohlhammer Verlag, Stuttgart/Berlin/Köln/Mainz 1967.
- FREY, GERHARD (1970): *Philosophie und Wissenschaft. Eine Methodenlehre*. Kohlhammer Verlag, Stuttgart/Berlin/Köln/Mainz 1970.
- GALILEI, GALILEO (1638/1973): Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend, Erster bis sechster Tag, Arcetri, 6. März 1638; hg. v. ARTHUR VON OETTINGEN, Darmstadt 1973.
- HACKING, IAN (1996): *Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaften*. Philip Reclam jun., Stuttgart 1996. Englische Originalausgabe: *Representing and Intervening. Introductory Topics in the Philosophy of Natural Science*. Cambridge University Press, Cambridge / New York / Oakleigh 1983.
- HAGGARD & EIMER (1999): On the relation between brain potentials and the awareness of voluntary movements. *Experimental Brain Research*, 126, 1999, p. 128 – 133.
- HARDTWIG, ERWIN (1968): *Fehler- und Ausgleichsrechnung*. Bibliographisches Institut, Mannheim/ Wien/ Zürich 1968.
- HEIDELBERGER, MICHAEL (2007): Das Experiment in den Wissenschaften. In: ANDREAS BARTELS & MANFRED STÖCKLER (Hrsg.): *Wissenschaftstheorie. Ein Studienbuch*. Mentis Verlag, Paderborn 2007, p. 155 – 176.
- HELMHOLTZ, HERMANN VON (1887/1921): Zählen und Messen, erkenntnistheoretisch betrachtet In: *Philosophische Aufsätze, Eduard Zeller zu seinem fünfzigjährigen Doktorjubiläum gewidmet*. Fues' Verlag, Leipzig 1887, p. 17 – 52. Repr. in: *Schriften zur Erkenntnistheorie*, hg. von PAUL HERTZ & MORITZ SCHLICK, Berlin 1921, p. 70 - 108.
- HEMPEL (1965): *Aspects of Scientific Explanation and Other Essays in the Philosophy of Science*. The Free Press, New York/Collier-MacMillan limited, London, 1965.
- HEMPEL (1966/1974): *Philosophy of Natural Science*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, H. J., 1966. Deutsch: *Philosophie der Naturwissenschaften*. Deutscher Taschenbuch Verlag, München 1974.

- HEMPEL, CARL (1952/1974): *Fundamentals of Concept Formation in Empirical Science*. International Encyclopedia of Unified Science Vol. 2, no. 7. University of Chicago Press, Chicago & London; The University of Toronto Press, Toronto 1952. Deutsch: *Grundzüge der Begriffsbildung in der empirischen Wissenschaft*. Düsseldorf 1974.
- HÖLDER, OTTO (1901): Die Axiome der Quantität und die Lehre vom Mass. *Berichte über die Verhandlungen der königlich sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, mathematisch-physikalische Classe*, 53 (Sitzung vom 7. Januar 1901), B. G. Teubner Verlag, Leipzig 1901, 1 – 64.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (1993/1995): *Guide to the expression of Uncertainty in Measurement*. International Organization for Standardization, Genf, ¹1993, ²1995. Deutsch: *Leitfaden für die Unsicherheit beim Messen*. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. (Hrsg.). Beuth Verlag GmbH, Berlin-Wien-Zürich 1995.
- JAENECKE, PETER (1982): Grundzüge einer Meßtheorie. *Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie* XIII/2, 1982, p. 234 – 279.
- JAENECKE, PETER (1984): Rezension von BERKA (1983): *Measurement*. In: *Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie* XV/2, 1984, p. 354 – 363. Überarbeitete Fassung siehe unter:
<http://www.peterjaenecke.de/messtheorie.html> .
- JAENECKE, PETER (1994): Desorientierung durch falsche Maße. Vortrag, gehalten auf der Tagung über Begriffliche Wissensverarbeitung, Technische Hochschule Darmstadt, 23.- 26. Februar 1994. Verfügbar unter:
<http://www.peterjaenecke.de/soziologie.html> .
- JAENECKE, PETER (2013): Offenes Kodieren in der Qualitativen Forschung. Im Internet verfügbar unter:
<http://www.peterjaenecke.de/soziologie.html> .
- JANICH, PETER (1969a): Wie empirisch ist die Physik? *Philosophia Naturalis* 11, 1969, p. 291 – 303.
- JANICH, PETER (1969b): *Die Protophysik der Zeit*. Bibliographisches Institut, Mannheim 1969.
- JANICH, PETER (1973): Eindeutigkeit, Konsistenz und methodische Ordnung: normative versus deskriptive Wissenschaftstheorie zur Physik. In: Friedrich Kambartel/ Jürgen Mittelstraß (Hrsg.): *Zum normativen Fundament der Wissenschaft*, Athenäum Verlag, Frankfurt/M. 1973, p. 131 - 158.
- KIMBERLY, KEMPF-LEONARD (2003ff): *Encyclopedia of Social Measurement Vol. 1 – 3*. Academic Press, San Diego, 2003ff.
- KRANTZ et al. (1971): DAVID H. KRANTZ, R. DUNCAN LUCE, PATRICK SUPPES & AMOS TVERSKY: *Foundations of Measurement, Vol. I: Additive and Polynomial Representations*. Academic Press, New York and London 1971.
- KUTSCHERA, FRANZ VON (1972): *Wissenschaftstheorie I. Grundzüge der allgemeinen Methodologie der empirischen Wissenschaften*. München 1972.
- LEINFELLNER, WERNER (1967): *Einführung in die Erkenntnis- und Wissenschaftstheorie*. Bibliographisches Institut, Mannheim/Wien/Zürich, ¹1967.
- LIBET, B. (1985): Unconscious cerebral initiative and the role of conscious will in voluntary action. *The Behavioral and Brain Sciences*, 8, 1985, p. 529 – 539.
- LORENZEN, PAUL & SCHWEMMER, OSWALD (1973): *Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheorie*. Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich, 1973.
- LUCE et al. (1990): R. DUNCAN LUCE, DAVID H. KRANTZ, PATRICK SUPPES & AMOS TVERSKY: *Foundations of Measurement, Vol. III: Representation, Axiomatization, and Invariance*. Academic Press, Academic Press, San Diego, CA, 1990.
- MARCIANO, M. LAURA GEMELLI (2007): *Die Vorsokratiker I* (griechisch-lateinisch-deutsch). Auswahl der Fragmente und Zeugnisse, Übersetzung und Erläuterungen von M. Laura Gemelli Marciano. Artemis & Winkler Verlag, Düsseldorf 2007.
- MICHELL, JOELL (1994): Numbers as quantitative relations and the traditional theory of measurement. *British Journal for the Philosophy of Science*, 45, 1994, p. 389 – 406.
- MICHELL, JOELL (1997): Quantitative science and the definition of measurement in psychology. *British Journal of Psychology*, 45, 1997, p. 389 – 406.
- MICHELL, JOELL (2005): The logic of measurement: A realistic overview. *Measurement*, 38, Issue 4, 2005, p. 285 – 294.
- MITTELSTAEDT, PETER (1972): *Philosophische Probleme der modernen Physik*. Bibliographisches Institut, Mannheim/Wien/Zürich, ¹1972.
- MITTELSTRASS, JÜRGEN (1973): Das praktische Fundament der Wissenschaft und die Aufgabe der Philosophie. In: Friedrich Kambartel/ Jürgen Mittelstraß (Hrsg.), *Zum normativen Fundament der Wissenschaft*, Athenäum Verlag, Frankfurt/M. 1973, p. 1 – 69.
- ORTH, BERNHARD (1974). *Einführung in die Theorie des Messens*. Kohlhammer Verlag, Stuttgart 1974.
- PEANZAGL, J. (1968): *Theory of measurement*. Würzburg - Wien 1968.
- POPPER, KARL R. (1934/1976): *Logik der Forschung*. J. C. B. Mohr (Paul Siebeck), Tübingen ⁶1976.
- POSER, HANS (2001): *Wissenschaftstheorie. Eine philosophische Einführung*. Philip Reclam jun., Stuttgart 2001.
- REESE, T.W. (1943): The application of the theory of physical measurement to the measurement of psychological magnitudes, with three experimental examples. *Psychological Monographs*, 55, No. 3 (Whole No. 251), 1943, p. 1- 89.

- ROTH, GERHARD (2004): *Das Problem der Willensfreiheit. Die empirischen Befunde*. Information Philosophie, 2004, Heft 5, p. 14 – 21.
- SCHICKORE, JUTTA (1997): Theoriebeladenheit der Beobachtung. Neubewertung eines alten Problems. *Philosophia Naturalis* 34 (Heft 2), 1997, p. 249-264.
- SCHLEICHERT, HUBERT (1966): *Elemente der physikalischen Semantik*. Wien u. München 1966.
- SCHÜLEIN, JOHANN AUGUST & REITZE, SIMON (2005): *Wissenschaftstheorie für Einsteiger*. Facultas Verlags- und Buchhandels AG WUV, Wien 2005 (UTB 2351).
- SCHURZ, GERHARD (2014): *Einführung in die Wissenschaftstheorie*. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 2014.
- STEGMÜLLER, WOLFGANG (1970): *Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie Bd. II: Theorie und Erfahrung*. Springer-Verlag Berlin, New York, Heidelberg 1970.
- STEVENS, S. S. (1946): On the theory of scales of measurement. *Science* 103, 1946, p. 677 – 680.
- STEVENS, S. S. (1962): Measurement, psychophysics, and utility. In: C. WEST CHURCHMAN & PHILBURNE RAT00SH (eds.), *Measurement: Definitions and Theories*. New York 1959, 21962, p. 18 – 63.
- STEVENS, S. S. (1968): Measurement, statistics, and the schemapiric view. *Science*, 161, 1968, p. 849 - 856.
- STÖCKLER, MANFRED (2007): Philosophische Probleme der Quantentheorie. In: ANDREAS BARTELS & MANFRED STÖCKLER (Hrsg.): *Wissenschaftstheorie. Ein Studienbuch*. Mentis Verlag, Paderborn 2007, p. 245 – 263.
- STRÖCKER, ELISABETH (1973): *Einführung in die Wissenschaftstheorie*. Darmstadt 1973.
- SÜSSMANN, GEORG (1958): *Über den Meßvorgang*. Bayerische Akademie der Wissenschaften Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Abhandlungen N.F. Heft 88, München 1958.
- SUPPES, PATRICK (1969): *Studies in the Methodology and Foundations of Science. Selected Papers from 1951 to 1969*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht 1969.
- SUPPES et al. (1989): PATRICK SUPPES, DAVID H. KRANTZ, R. DUNCAN LUCE & AMOS TVERSKY: *Foundations of Measurement, Vol. II: Geometrical, Threshold, and Probabilistic Representation*. Academic Press, San Diego, CA, 1989.
- THEOBALD, D. W. (1967/1973): *An Introduction to the Philosophy of Science*. Methuen & Co. Ltd., London, 1967. Deutsch: *Grundzüge der Wissenschaftsphilosophie*. Philipp Reclam jun. Verlag, Stuttgart 1973.
- TORGERSON, W.S. (1958): *Theory and methods of scaling*. New York 1958.
- TOULMIN, STEPHEN (1953): *The Philosophy of Science. An Introduction*. Hutchinson & Co., London 1953. Deutsch: *Einführung in die Philosophie der Wissenschaft*. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen o.J.
- WEBER, ERNST HEINRICH (1846/1851): *Die Lehre vom Tastsinne und Gemeingefühle auf Versuche gegründet. Für Aerzte und Philosophen besonders abgedruckt aus Wagners "Handwörterbuche der Physiologie"* (1846). Vieweg Verlag, Braunschweig 1851.
- WEINGARTNER, PAUL (1971): *Wissenschaftstheorie I. Einführung in die Hauptprobleme*. Problemata, frommann-holzboog, Stuttgart – Bad Cannstatt, 1971.
- WIESNER, HARTMUT & MÜLLER, RAINER (1996): Die Ensemble-Interpretation der Quantenmechanik. *Physik in der Schule*, 34, 1996, p. 343, 379; im Internet am 23.10.07 verfügbar unter:
<http://www.cip.physik.uni-muenchen.de/~milq/kap5/images/ensemble.pdf>
- <http://www.peterjaenecke.de/messtheorie.html>